Circuitos Electrónicos

de Grado en Ingeniería Informática

oble Grado Ing. Informática/Matemáticas

Escuela Politécnica Superior- U.A.M.

eoría de redes lineales

) Elementos de circuitos

) Métodos simplificados de análisis

) Principio de superposición

) Circuitos de dos terminales

) Impedancia y análisis fasorial

Máxima transferencia de señal en la interconexión de circuitos

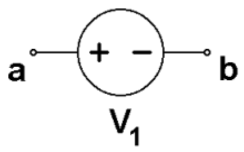
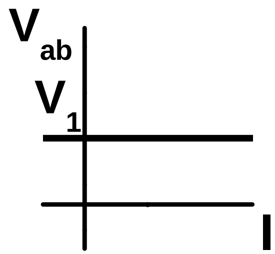
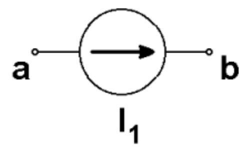
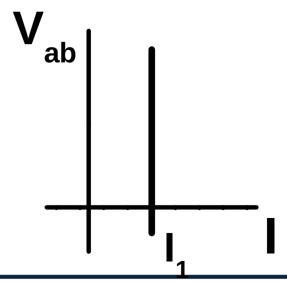
Magnitudes y propiedades	Unidades (*SI*)
Diferencia de potencial, tensión o "*voltaje*"	voltio (V)
Corriente	amperio (A)
Potencia	vatio (W)
Resistencia	ohmio (Ω)
Inductancia	henrio (H)
Capacidad	faradio (F)
Carga	Culombio(C)
Tiempo	Segundo(s)

Múltiplos y submúltiplos

f	*p*	*n*	μ	*m*	*K*	*M*	*G*	*T*
10^{-15}	10^{-12}	10^{-9}	10^{-6}	10^{-3}	10^{3}	10^{6}	10^{9}	10^{12}

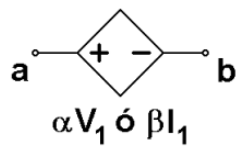
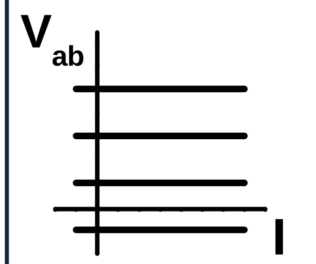
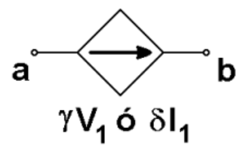
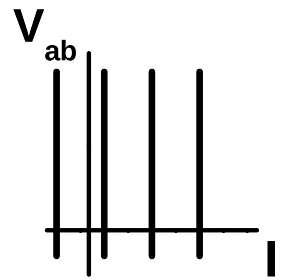
e elementos ideales:

: pueden ceder energía al circuito

Tipo	Nombre	Símbolo	V-I	
dependientes	Fuente de tensión			$V_{ab} = V_1$
	Fuente de corriente			$I = I_1$

alor de la corriente en una fuente de tensión depende del circuito en el se encuentre

alor de la tensión entre los terminales de una fuente de corriente depende del ito en el que se encuentre

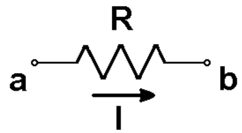
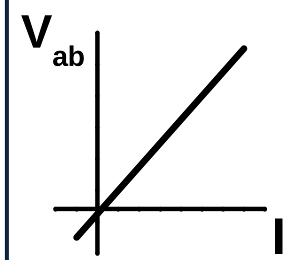
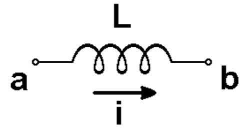
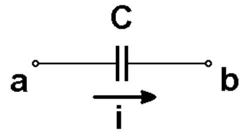
Tipo	Nombre	Símbolo	V-I
ependientes	Fuente de tensión		
	Fuente de corriente		

$V_{ab} = \alpha V_1$
o
$V_{ab} = \beta I_1$

$I = \gamma V_1$
o
$I = \delta I_1$

I_1, tensión o corriente en algún punto del circuito en el que se encuentran
coeficientes α, β, γ y δ son constantes con las dimensiones apropiadas
erencia de las independientes, tanto el valor de la tensión como el de la ente en estas fuentes, depende del circuito en el que se encuentren
nplo real: transformador

s: no pueden ceder energía al circuito

Tipo	Nombre	Símbolo	V-I
	Resistencia		
mpedancias	Bobina		$v_{ab} = L\dfrac{di(t)}{dt}$
	Condensador		$i = C\dfrac{dv_{ab}(t)}{dt}$

$V_{ab} = R \cdot I$

¡Ley de Ohm!

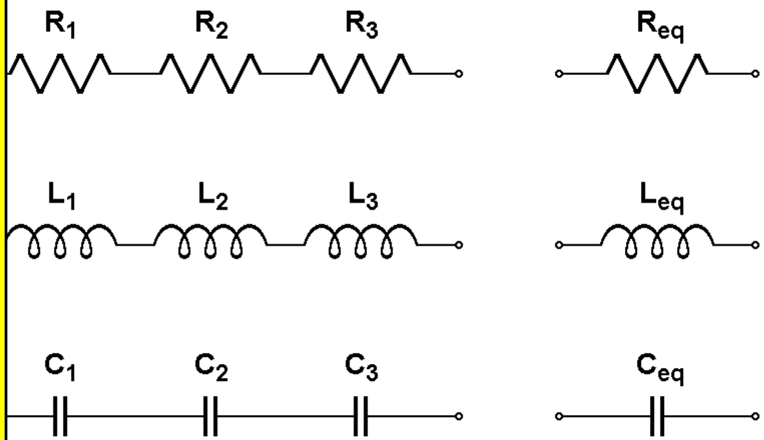
cable es una resistencia de valor nulo $\Rightarrow v_{ab} = 0$; ¿i?: depende del circuito

tación: se suelen utilizar minúsculas para las magnitudes que dependen de t

cordemos cómo se obtienen R_{eq}, L_{eq}, C_{eq},... cuando se tienen asociaciones ie o paralelo de estos elementos

lentes: asociaciones en serie o paralelo de elementos de circuitos

ociación en serie de elementos pasivos:

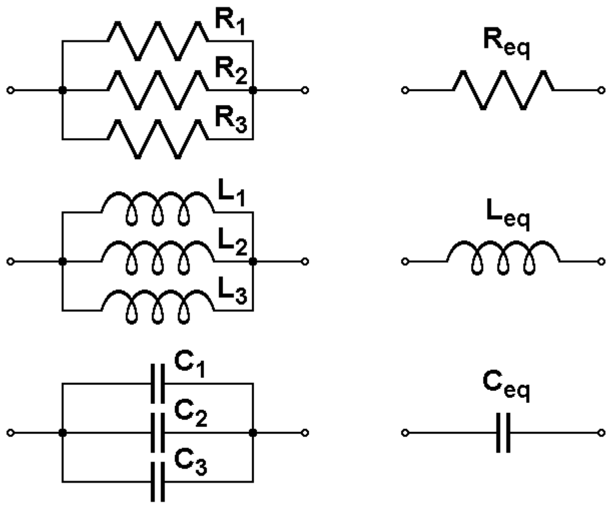


$$R_{eq} = \sum_k R_k$$

$$L_{eq} = \sum_k L_k$$

$$C_{eq} = \left(\sum_k \frac{1}{C_k}\right)^{-1}$$

ociación en paralelo de elementos pasivos:

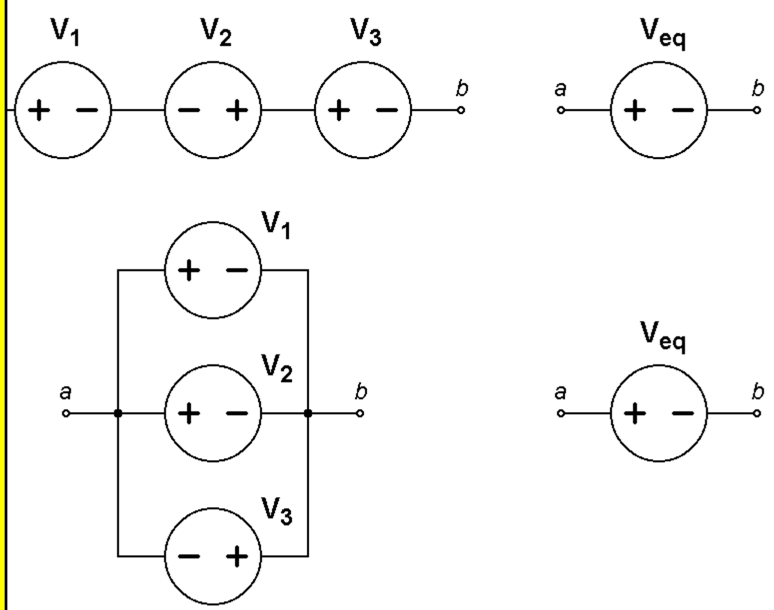


$$R_{eq} = \left(\sum_k \frac{1}{R_k} \right)^{-1}$$

$$L_{eq} = \left(\sum_k \frac{1}{L_k} \right)^{-1}$$

$$C_{eq} = \sum_k C_k$$

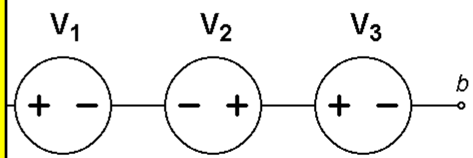
ociaciones en serie ¿y paralelo? de fuentes de tensión:

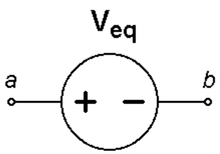


$$V_{eq} = \sum_k V_k$$

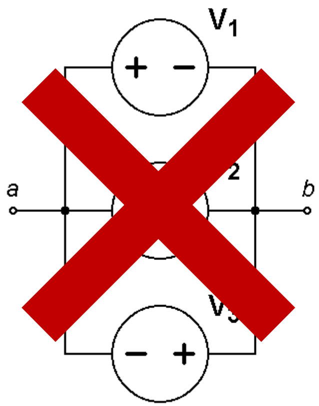
?

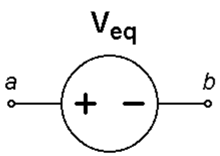
ociación en serie de fuentes de tensión:



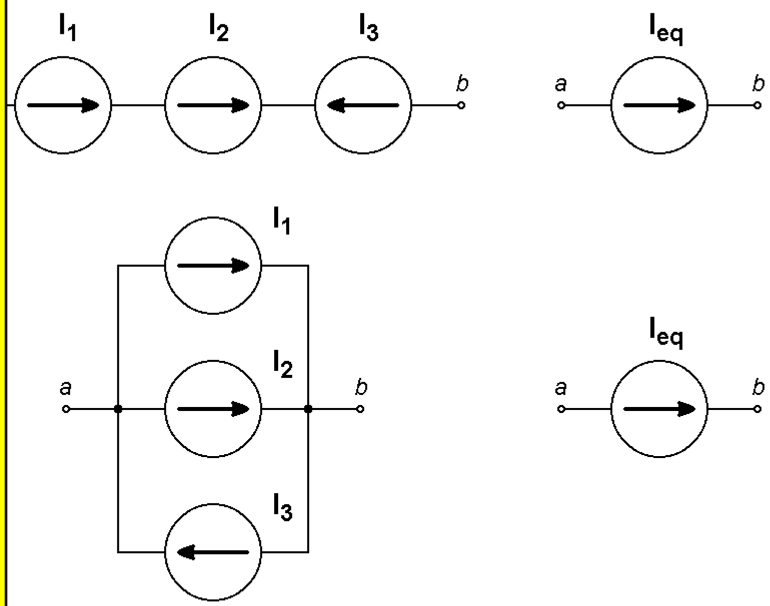


$$V_{eq} = \sum_k V_k$$



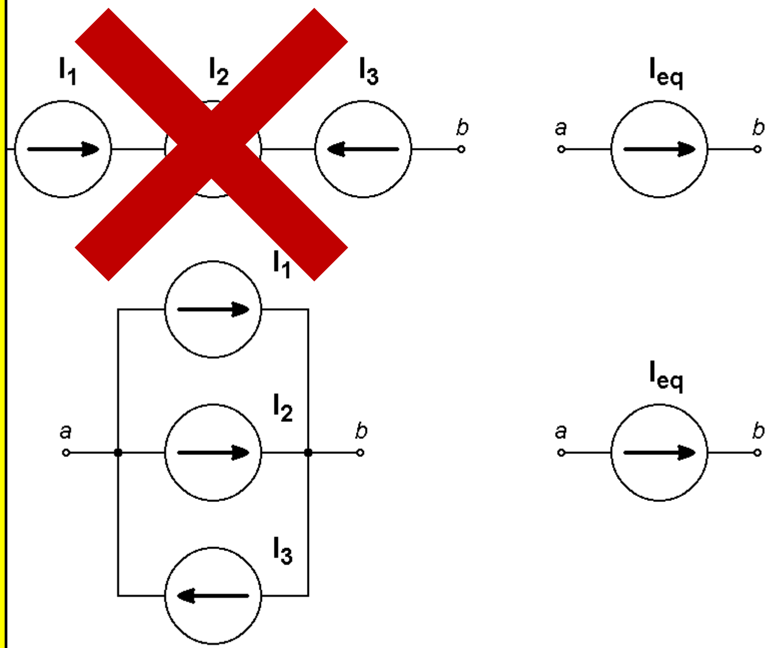


ociaciones en ¿serie y? paralelo de fuentes de corriente:



$$I_{eq} = \sum_k I_k$$

ociación en paralelo de fuentes de corriente:



$$I_{eq} = \sum_{k} I_k$$

ementos: las conexiones (ramas, nodos, lazos cerrados y mallas)

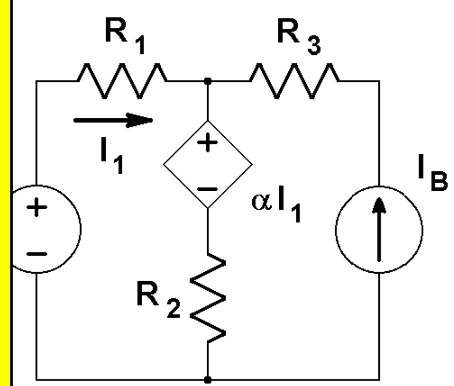
do: punto donde se unen tres o más elementos

ma: porción de circuito entre dos nodos que no pasa por un tercer nodo

to cerrado: recorrido en un circuito que parte y acaba en el mismo punto

lla: lazo cerrado que no contiene otros lazos cerrados en su interior

mplo: el circuito de la figura presenta



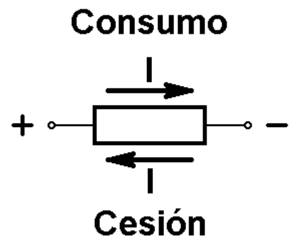
- 2 nodos
- 3 ramas
- 3 lazos cerrados
- 2 mallas

$$\boxed{m = r - n + 1}$$

y consumo de energía

nto	R, a, b, I	a, b, V_1 (+ −)	a, b, V_1 (+ −)	a, b, I_1	a, b, I_1
e	$V_{ab} > 0$, $I_{a\to b} > 0$ consumo	$V_{ab} = V_1 > 0$ Si $I_{a\to b} > 0$ consumo	$V_{ab} = V_1 > 0$ Si $I_{a\to b} < 0$ cesión	$I_{a\to b} = I_1 > 0$ Si $V_{ab} > 0$ consumo	$I_{a\to b} = I_1 > 0$ Si $V_{ab} < 0$ cesión

eral, para elementos activos y pasivos:



finiciones de potencia: $p(t) = i(t)\cdot v(t)$; $P = \frac{1}{T}\int_0^T i(t)\cdot v(t)\,dt$

$i(t), v(t) \equiv$ ctes., $P = I\cdot V$

s resistencias siempre consumen energía

hay varias fuentes en un circuito, puede ocurrir que alguna consuma energía

criterio para fuentes dependientes es el mismo que para f. independientes

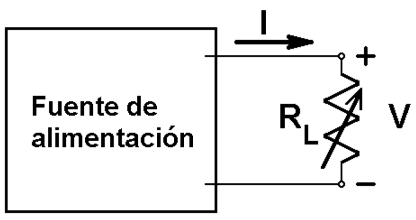
puede demostrar que en bobinas y condensadores ideales en circuitos con ntes de señal (tensión o corriente) periódicas el consumo medio de energía nulo

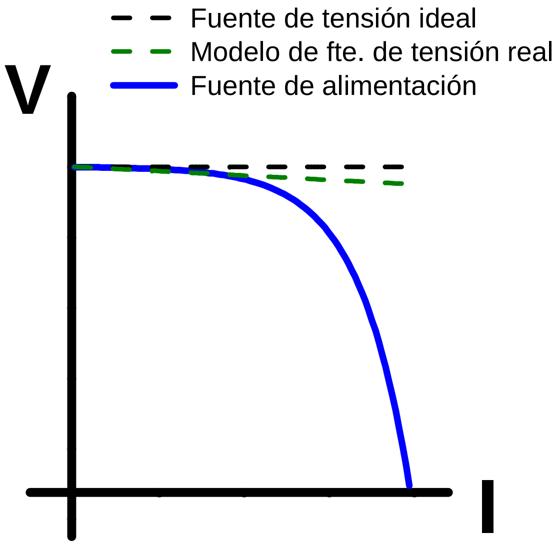
tos reales en circuitos reales

mentos reales se separan en mayor o menor grado de los elementos ideales dos, lo que habrá que tener en cuenta en los montajes experimentales que se realizar en el laboratorio. Estas son algunas de las diferencias que nos os encontrar:

:

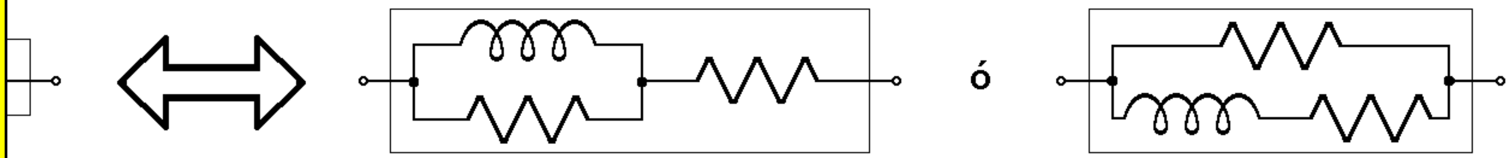
entes de tensión independientes: la tensión no es la misma para cualquier rriente. Habitualmente se les denomina fuentes de alimentación.





s:

ondensadores y bobinas: se comportan como si tuvieran una cierta mponente resistiva asociada, llamada resistencia parásita. Por ejemplo, ra las bobinas:

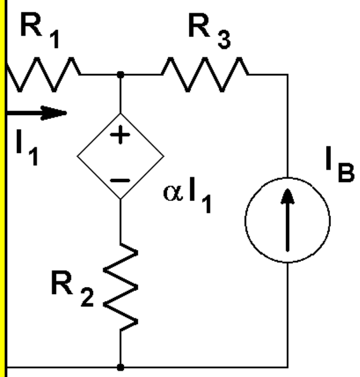


(elementos ideales)

de un circuito

determinación de las corrientes y tensiones en el mismo

de análisis de circuitos:



- Se conocen V_A, I_B, R_j y α, pero no I_1, I_{R_2} ni V_{I_B}
- ¿Cómo deducir las magnitudes desconocidas?
  - Mediante las leyes de Kirchhoff
  - Aplicando métodos simplificados de análisis

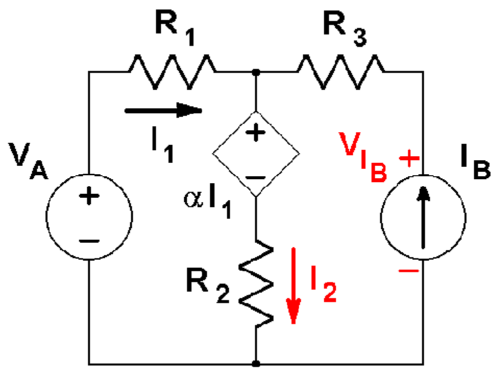
irchhoff:

.: en un nodo, $\Sigma I_k = 0$ (Conservación de la carga)

.: en una malla, $\Sigma V_k = 0$ (Potencial eléctrico, conservativo)

rcuito anterior, escogiendo arbitrariamente los sentidos de corrientes y es y usando además la L. de Ohm:

$$I_2 = 0$$
$$R_1 I_1 + \alpha I_1 + R_2 I_2 = 0$$
$$R_3 I_B + \alpha I_1 + R_2 I_2 = 0$$



. nos proporcionan un sistema de tantas ecuaciones como incógnitas

den plantear más ecuaciones, pero son linealmente dependientes

Una buena elección: m ecuaciones de malla (con L.K.M.) / n-1 ecuaciones de nodo (con L.K.N.)

siendo "*m*" el nº de mallas y "*n*" el nº de nodos del circuito.

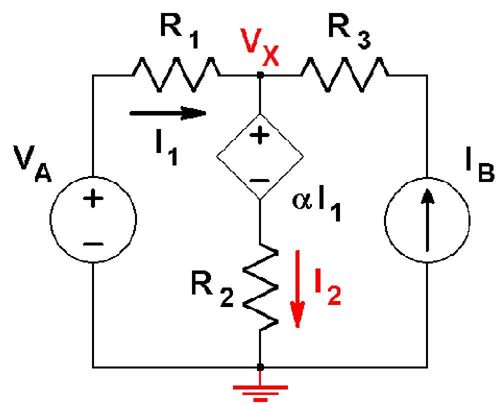
de tensiones de nodo: utiliza la L.K.N.

lige un nodo como origen de tensiones (V=0), y se etiquetan los restantes
signan corrientes a todas las ramas del circuito
iante la L.K.N. se plantean *n*-1 ecuaciones de nodo (siendo *n* ≡ nº de nodos)
xpresan las ecs. en función de las tensiones de nodo usando la L. Ohm
sistema es indeterminado (porque hay fuentes dependientes), se buscan
iones "adicionales" en el propio circuito y se resuelve el sistema (obtención
s tensiones de nodo)

$I_1 + I_B - I_2 = 0;$

$$\begin{cases} I_1 = (V_{A+} - V_x)/R_1 = (V_A - V_x)/R_1 \\ I_2 = (V_x - \alpha I_1)/R_2 \end{cases}$$

$$\frac{{}_A - V_X}{R_1} + I_B - \frac{V_X - \alpha(V_A - V_X)/R_1}{R_2} = 0 \Rightarrow V_X, \ldots$$



ción!:
$= V_A$ debido a la elección del origen de tensión ($V_{A-} \equiv 0$)
ualquier otro caso, $V_A = V_{A+} - V_{A-} \neq V_{A+}$
onfundir la corriente por la fuente dependiente de tensión, I_2, con I_1

de corrientes de malla: utiliza la L.K.M.

signa una “corriente de malla” a cada malla. Una rama perteneciente a dos
as estará recorrida por dos “corrientes de malla”

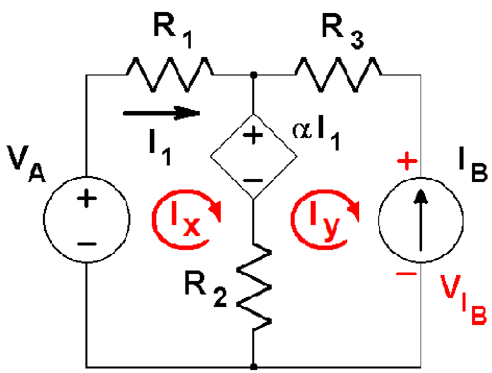
iante la L.K.M. se plantean *m* ecuaciones de malla (siendo *m* ≡ nº de mallas)

xpresan las ecs. en función de las corrientes de malla usando la L. Ohm

sistema de ecuaciones es indeterminado, se buscan relaciones “adicionales”
l circuito y se resuelve el sistema (obtención de las corrientes de malla)

$$\left.\begin{array}{l} -V_A + \mathbf{I_x}R_1 + \alpha\mathbf{I_1} + (I_x - \mathbf{I_y})R_2 = 0 \\ (I_y - I_x)R_2 - \alpha I_1 + I_yR_3 + \mathbf{V_{I_B}} = 0 \\ I_1 = I_x \text{ (ec. adicional)} \\ I_y = -I_B \text{ (ec. adicional)} \end{array}\right\}$$

$$\left.\begin{array}{l} -V_A + \mathbf{I_x}(R_1 + \alpha + R_2) + I_BR_2 = 0 \\ -I_B(R_2 + R_3) - (R_2 + \alpha)I_x + \mathbf{V_{I_B}} = 0 \end{array}\right\}$$



ción!:

onfundir las “corrientes de malla” con las corrientes de rama

ste caso, se podrían haber etiquetado directamente las “corrientes de malla”
o I_1 e I_B tomando los sentidos apropiados para las mismas

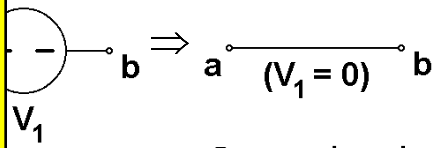
e los terminales de una fuente de corriente hay una tensión desconocida

erposición: En aquellos fenómenos físicos en los que causa y efecto están relacionados, el efecto total de varias causas actuando simultáneamente es a la suma de los efectos de cada causa actuando individualmente.

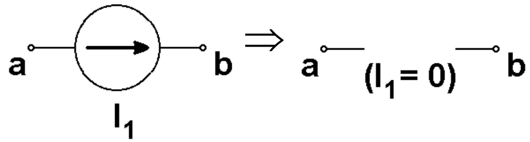
electrónicos: causas ⇔ fuentes independientes

efectos ⇔ tensiones y corrientes que producen

ón de fuentes independientes:



Cortocircuito



Circuito abierto

teorema puede usarse con cualquiera de los métodos de análisis anteriores specialmente útil en algunos circuitos de c.a.

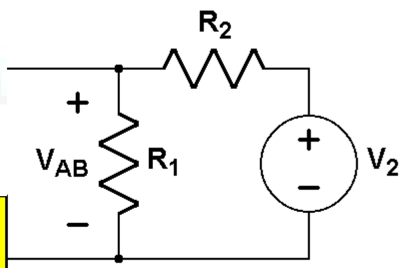
ción!:

fuentes dependientes no se deben anular, pues no son causas

lvidar que la corriente por un cortocircuito puede tomar cualquier valor, tras que la corriente por un circuito abierto es nula

ecuaciones de un circuito parcial no son válidas para el o los otros, pues la logía de ambos circuitos es diferente

1: Obtener V_{AB} utilizando el principio de superposición

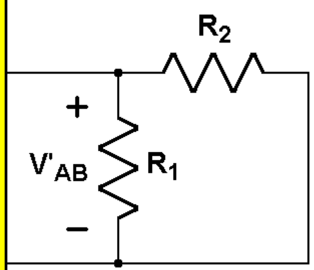


$V_{AB} = V'_{AB} + V''_{AB}$, siendo

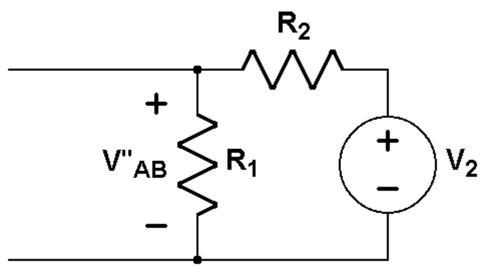
V'_{AB}: tensión debida a I_1

V''_{AB}: tensión debida a V_2

$_2$:



Anulando I_1:



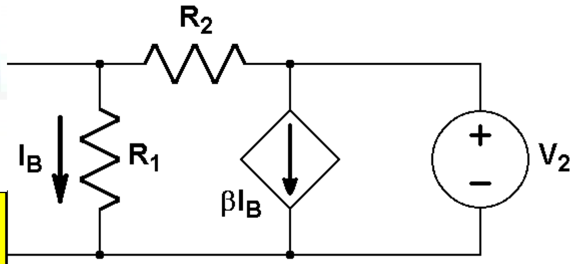
o ambos circuitos parciales mediante los métodos de análisis estudiados, se ner que:

$I_1 R_1R_2/(R_1+R_2)$

$V''_{AB} = V_2 R_1/(R_1+R_2)$

$$\Rightarrow \qquad V_{AB} = (I_1R_2 + V_2) R_1/(R_1+R_2)$$

2: Obtener I_B utilizando el principio de superposición

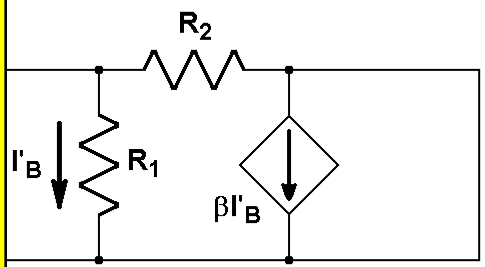


$I_B = I_B' + I_B''$, siendo

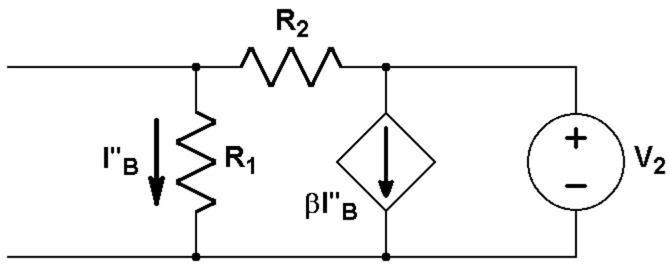
I_B' : corriente debida a I_1

I_B'' : corriente debida a V_2

$_2$:



Anulando I_1:

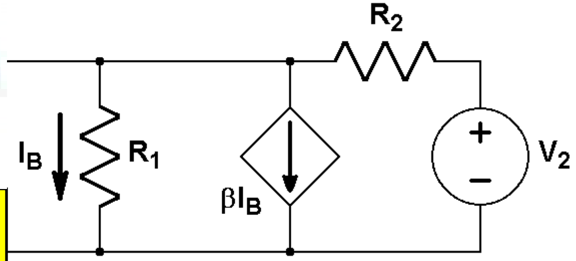


do ambos circuitos parciales mediante los métodos de análisis estudiados, se
ner que:

$R_2/(R_1+R_2)$ $\qquad$ $I''_B = V_2/(R_1+R_2)$

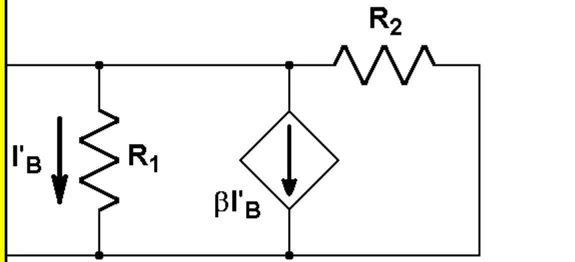
$$\Rightarrow \qquad I_B = (I_1R_2 + V_2)/(R_1+R_2)$$

3: Obtener I_B utilizando el principio de superposición

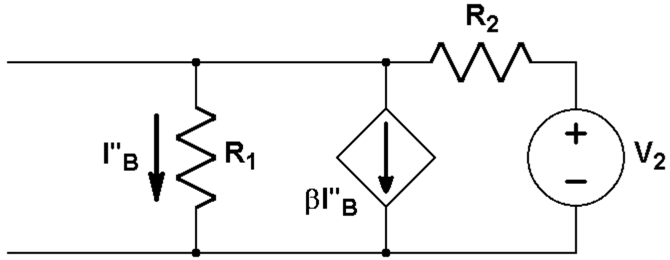


$I_B = I_B' + I_B''$, siendo
I_B' : corriente debida a I_1
I_B'' : corriente debida a V_2

$_2$:



Anulando I_1:

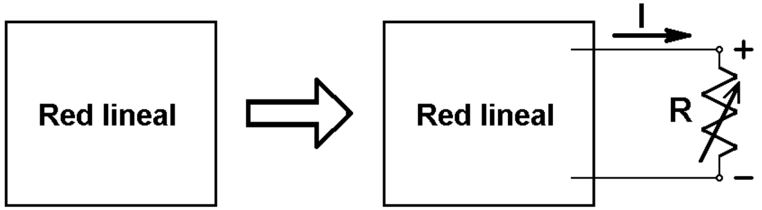


do ambos circuitos parciales mediante los métodos de análisis estudiados, se ner que:

$$\left(\frac{1+\beta}{R_1}+\frac{1}{R_2}\right)^{-1}\frac{I_1}{R_1} \qquad I''_B=\left(\frac{1+\beta}{R_1}+\frac{1}{R_2}\right)^{-1}\frac{V_2}{R_1R_2}$$

$$\Rightarrow \qquad I_B=\left(\frac{1+\beta}{R_1}+\frac{1}{R_2}\right)^{-1}\left(\frac{I_1}{R_1}+\frac{V_2}{R_1R_2}\right)$$

e si en una red o circuito lineal conectamos entre dos puntos una resistencia resistencia de carga) y hacemos variar su valor?

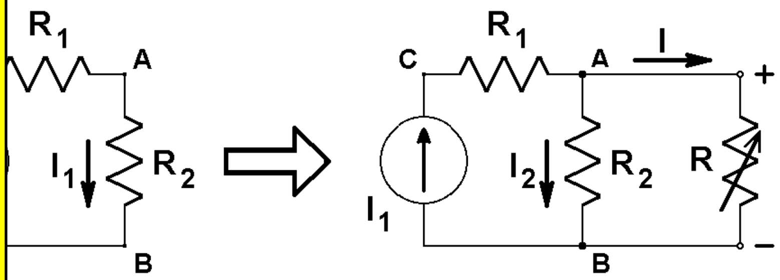


corrientes y tensiones dentro de la red lineal variarán con el valor de R

stablecerá una corriente **I** por la resistencia, y la caída de tensión **V** entre terminales será función de ella

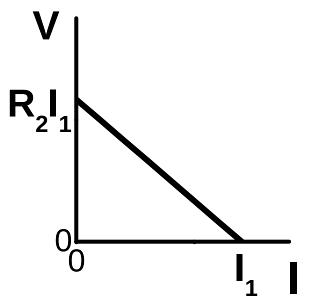
relación V-I así obtenida se le denomina **ecuación característica** del circuito, representación gráfica, **curva característica**

nplo: ecuación característica del circuito de la figura, dados los puntos A y B



N.: $I_1 - I_2 - I = 0$; $I_1 - V/R_2 - I = 0$

$\Rightarrow \boxed{V(I) = R_2 I_1 - R_2 I}$ Curva característica:

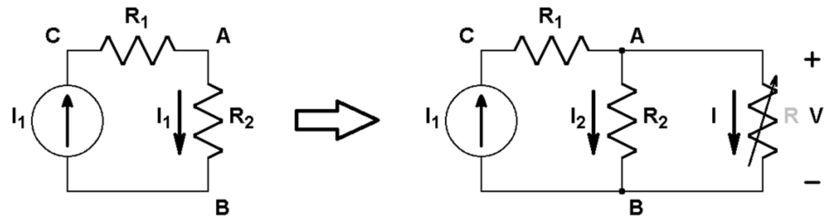


ción!:

ircuitos con varias posibilidades de elección de los terminales, se obtendrán ntas ecuaciones características (y distintos circuitos equivalentes) para cada de terminales. En el ejemplo anterior es inmediato que:

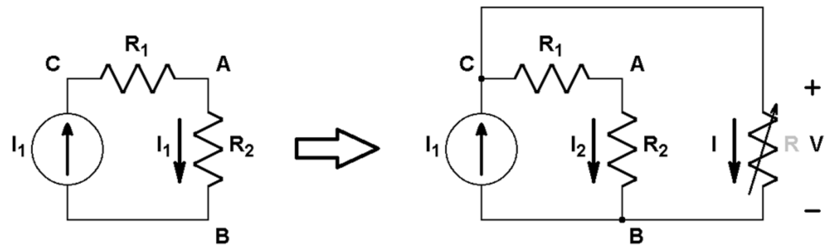
tomando los puntos A y B:

$$V(I) = R_2\, I_1 - R_2\, I$$



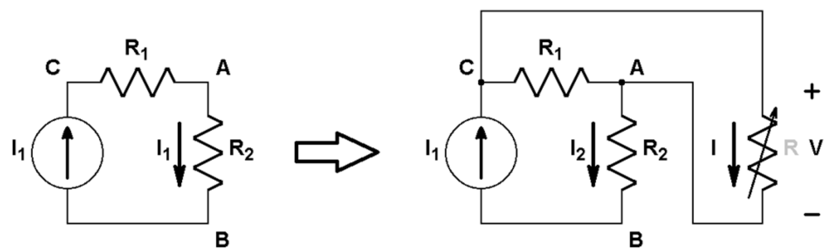
tomando los puntos C y B:

$$V(I) = (R_1+R_2)\, I_1 - (R_1+R_2)\, I$$



tomando los puntos C y A:

$$V(I) = R_1\, I_1 - R_1\, I$$



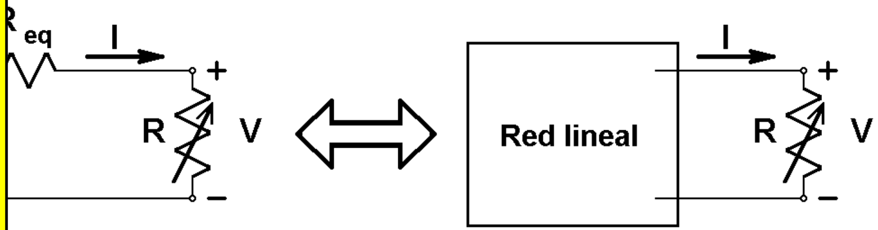
ervar que la relación obtenida es de la forma V(I) = A – B·I; este resultado es eral para toda red lineal, por ser combinación de elementos lineales

onstante "A" ([A] = V) corresponde a la situación en que I=0 (R no conectada valor infinito, o sea terminales en "circuito abierto"), y recibe el nombre de ón de Thévenin, V_{Th}

onstante "B" ([B] = Ω) recibe el nombre de resistencia equivalente, R_{eq}

$$\boxed{(I) = V_{Th} - R_{eq} \cdot I}$$

cuito lineal se comporta de la misma manera que un circuito formado fuente de tensión en serie con una resistencia (<u>Teorema de Thévenin</u>)



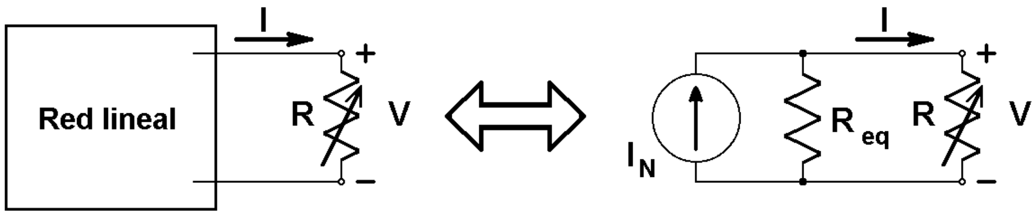
: intercambian las variables dependiente e independiente, la relación es de
orma I(V) = C – D·V; este resultado es también general para toda red lineal

onstante "C" ([C] = Amp) corresponde a la situación en que V=0 (R=0, o sea
inales en "cortocircuito" –con un cable entre ellos–), y recibe el nombre de
ente de Norton, I_n.
o C = A/B, entonces $I_N = V_{Th}/R_{eq}$

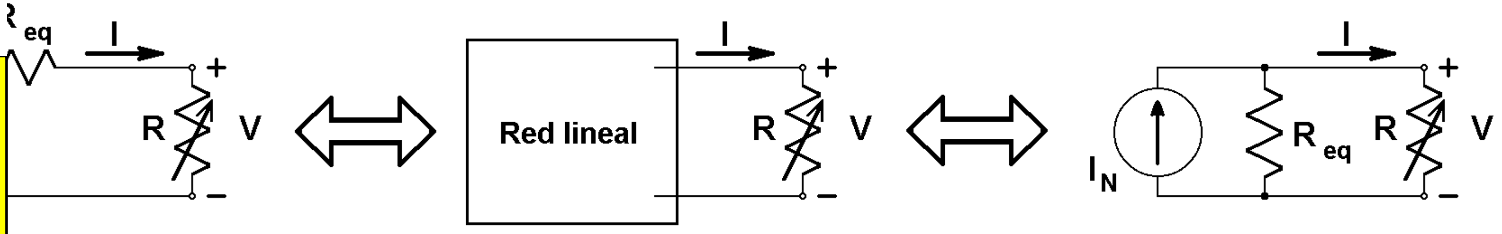
onstante "D" ([B] = Ω) es $D = B^{-1} = R_{eq}^{-1}$

$\boxed{V) = I_N - R_{eq}^{-1} \cdot V}$

rcuito lineal se comporta de la misma manera que un circuito formado fuente de corriente en paralelo con una resistencia (<u>Teorema de Norton</u>)



circuitos de Thévenin y Norton son a su vez equivalentes entre sí:



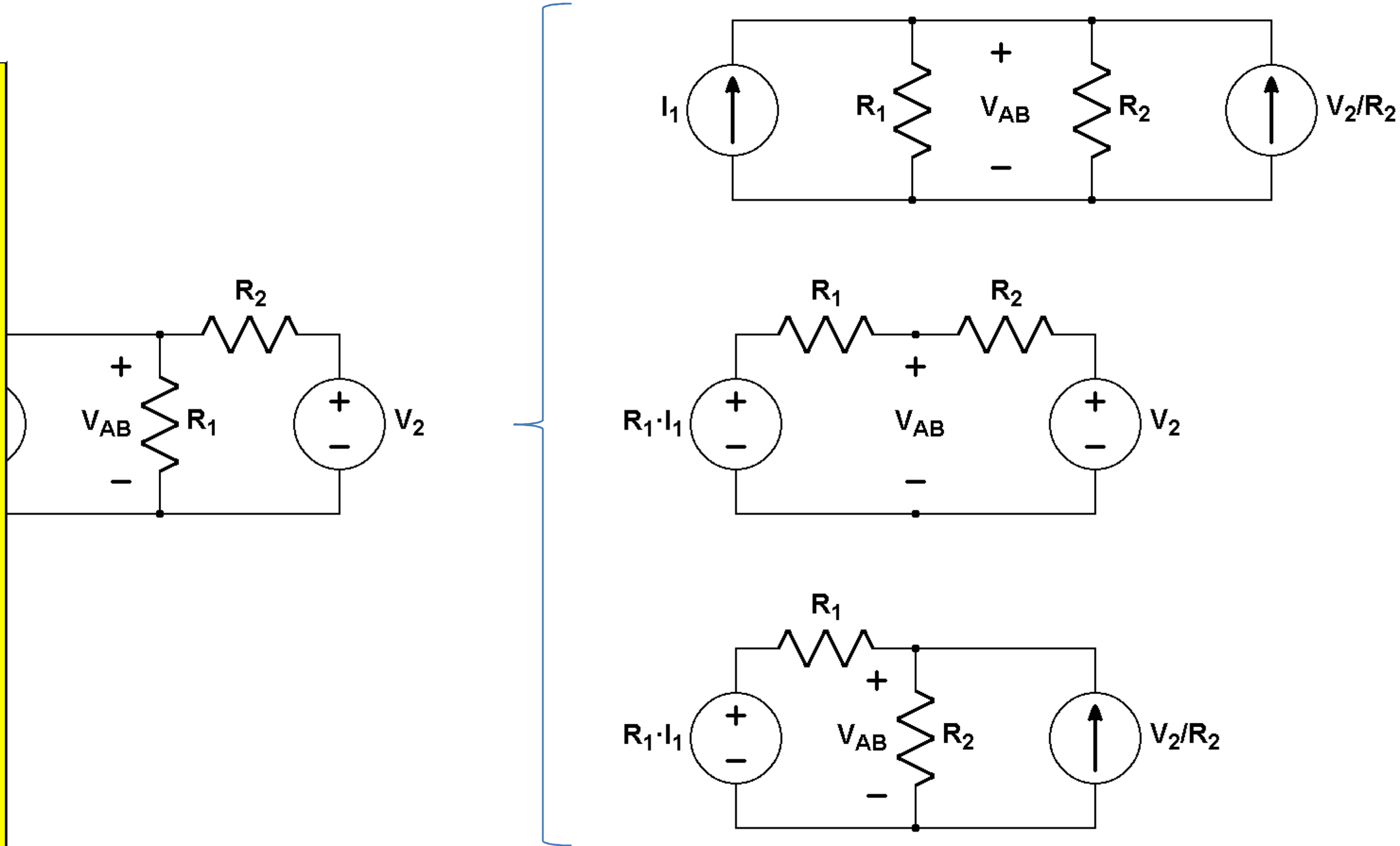
$V_{Th} - R_{eq} \cdot I$

$I(V) = I_N - R_{eq}^{-1} \cdot V$

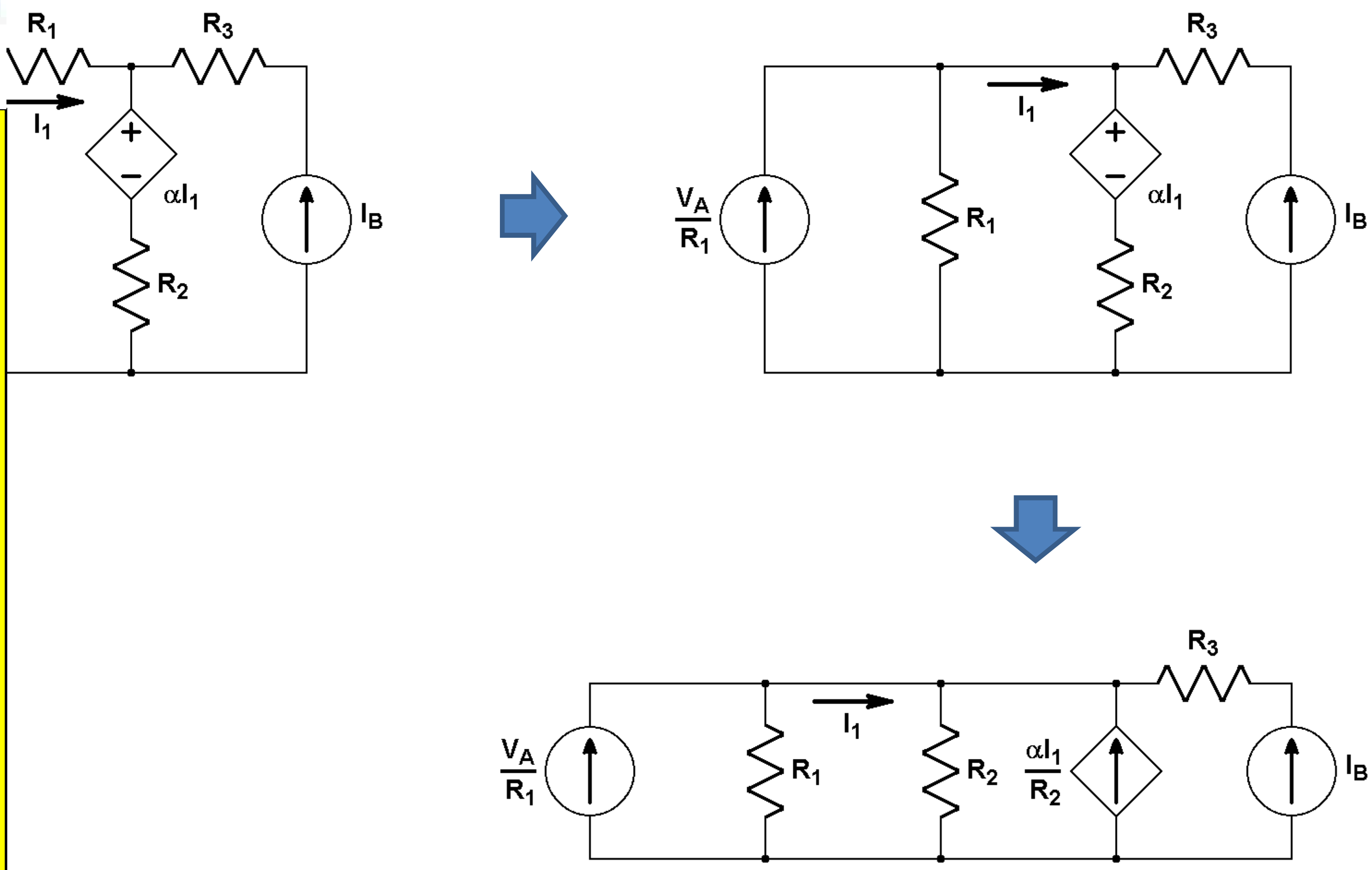
o: $V(I) = R_{eq} \cdot I_N - R_{eq} \cdot I$

$$\left.\begin{array}{l} (I) = V_{Th} - R_{eq} \cdot I \\ (I) = R_{eq} \cdot I_N - R_{eq} \cdot I \end{array}\right\} \Leftrightarrow \boxed{V_{Th} = R_{eq} \cdot I_N}$$

cación: propiedad de "transformación de fuentes" plo 1: “transformación de fuentes”



plo 2: (transformación de fuentes)



ción de los circuitos equivalentes de Thévenin y Norton de una red

) Identificando términos una vez obtenida la ecuación característica

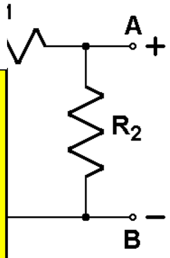
) Imponiendo en el circuito las condiciones de circuito abierto (tensión V_{Th}) y de cortocircuito (para I_N), y utilizando la relación entre ellas para obtener R_{eq}

Si el circuito no tiene fuentes dependientes, se puede obtener R_{eq} anulando las fuentes independientes y calculando el equivalente de la asociación de resistencias visto desde esos dos puntos

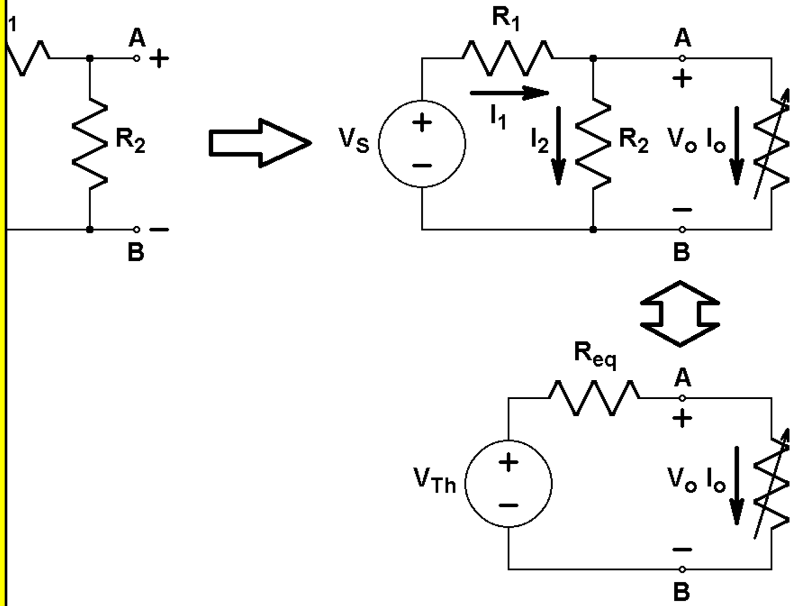
En cualquier circuito se puede obtener R_{eq} anulando las fuentes independientes, conectando una fuente de prueba externa (entre los terminales a y b) y hallando el cociente entre la tensión que aplica dicha fuente y la corriente que suministra

os…

plo 1: obtención de los circuitos equivalentes de Thévenin y Norton de un divisor de tensión mediante la ecuación característica



Conectamos una resistencia de carga entre los terminales de salida A y B, obteniendo parejas de valores (V_o,I_o) para cada valor de dicha resistencia:



• *Ecuación característica*: expresión de V_o en función I_o

$$V_o = \frac{R_2}{R_1 + R_2} V_S - \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} I_o$$

$$V_o = V_{Th} - R_{eq} I_o$$

ficando:

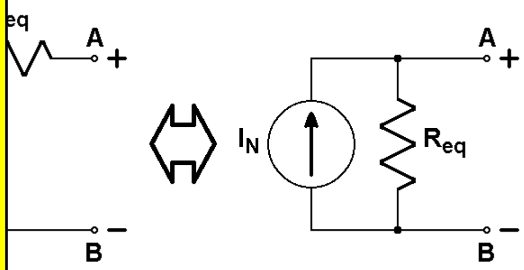
Tensión equivalente de Thévenin: tensión en circuito abierto (valor de V_o cuando I_o=0):

$$V_{Th} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} V_S$$

Resistencia equivalente: pendiente de la recta (cambiada de signo):

$$R_{eq} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

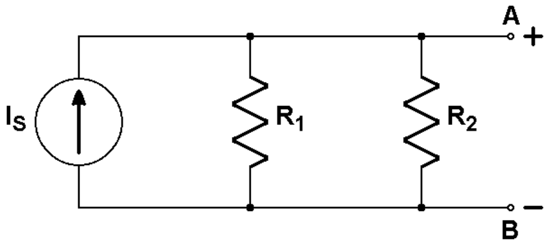
equivalencia de fuentes (*equivalencia de equivalentes*):



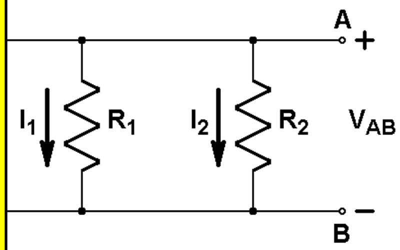
$$V_{Th} = R_{eq} I_N \implies I_N = \frac{V_{Th}}{R_{eq}}$$

Corriente equivalente de Norton: corriente en cortocircuito (valor de I_o cuando V_o=0):

plo 2: obtención de los circuitos equivalentes de Thévenin y Norton de un divisor de corriente mediante las definiciones de sus parámetros

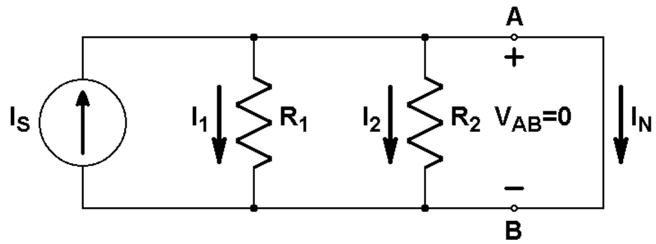


sión equivalente de Thévenin:
ión en circuito abierto



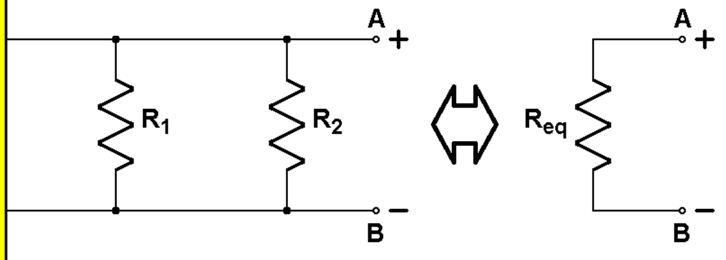
$$\!{}_{h} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} I_S$$

• *Corriente equivalente de Norton*:
corriente en cortocircuito



$$(I_1 = 0, I_2 = 0 \implies) \qquad I_N = I_S$$

istencia equivalente:
haber ninguna fuente dependiente, anulamos las independientes y
enemos la resistencia equivalente por asociación de los elementos pasivos

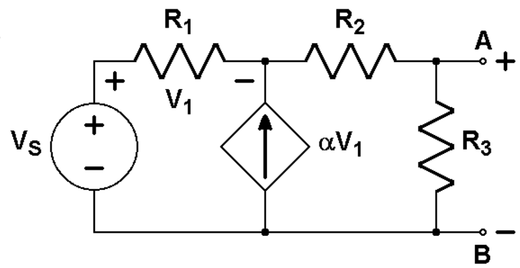


$$R_{eq} = R_1 \parallel R_2 = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

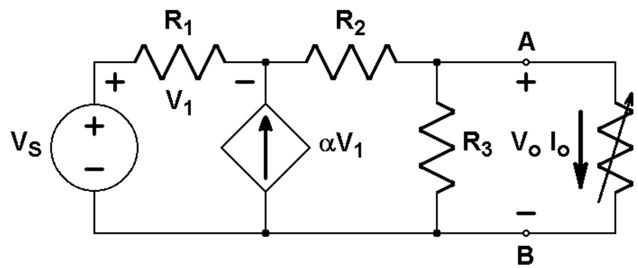
coincide con el resultado esperado a partir de la *equivalencia de* *valentes*:

$$V_{Th} = R_{eq} I_N \quad \Longrightarrow \quad R_{eq} = \frac{V_{Th}}{I_N} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

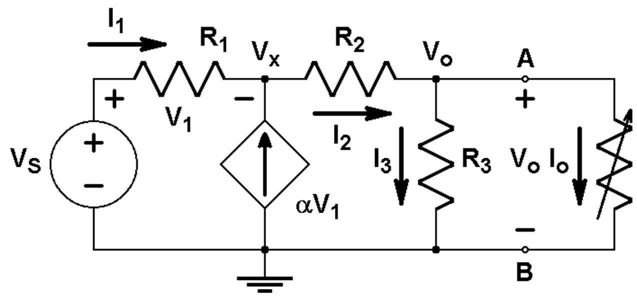
plo 3: obtención de los circuitos equivalentes de Thévenin y Norton de un circuito con fuentes dependientes

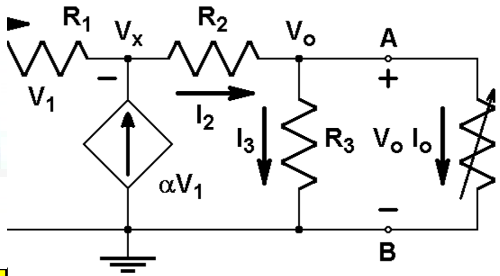


ectamos una resistencia de carga entre erminales de salida A y B, obteniendo jas de valores (V_o,I_o) para cada valor icha resistencia:



izamos mediante el método de iones de nodo, para obtener la *ación característica* del circuito os terminales, V_o en función de I_o:





$$I_1 + \alpha V_1 - I_2 = 0$$
$$I_2 - I_3 - I_o = 0$$
$$(V_1 = V_S - V_x)$$

$$+ \alpha(V_S - V_x) - \frac{V_x - V_o}{R_2} = 0$$

$$\frac{V_x - V_o}{R_2} - \frac{V_o}{R_3} - I_o = 0$$

Dos ecuaciones con tres incógnitas (V_x, V_o e I_o); eliminamos V_x entre ambas y obtenemos, V_o en función de I_o: la *ecuación característica* buscada

$$\frac{(1 + \alpha R_1)R_3}{+ R_2 + R_3 + \alpha R_1(R_2 + R_3)} V_S - \frac{(R_1 + R_2 + \alpha R_1 R_2)R_3}{R_1 + R_2 + R_3 + \alpha R_1(R_2 + R_3)} I_o$$

$$- R_{eq} I_o \Longrightarrow$$

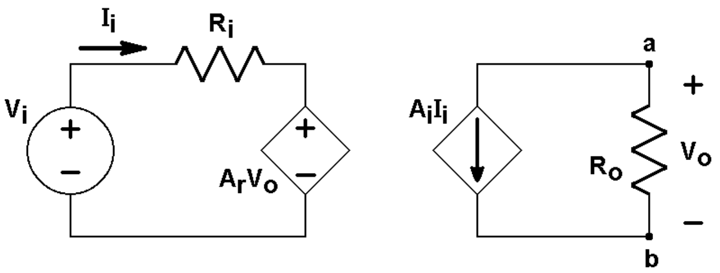
$$V_{Th} = \frac{(1 + \alpha R_1)R_3}{R_1 + R_2 + R_3 + \alpha R_1(R_2 + R_3)} V_S$$

$$R_{eq} = \frac{(R_1 + R_2 + \alpha R_1 R_2)R_3}{R_1 + R_2 + R_3 + \alpha R_1(R_2 + R_3)}$$

$$I_N \Longrightarrow I_N = \frac{V_{Th}}{R_{eq}} \Longrightarrow$$

$$I_N = \frac{1 + \alpha R_1}{R_1 + R_2 + \alpha R_1 R_2} V_S$$

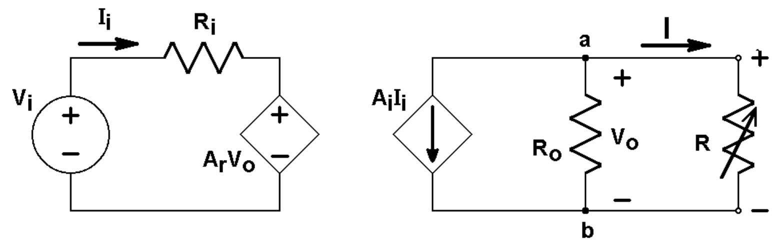
plo 4: circuitos equivalentes de Thévenin y Norton de la red lineal vista desde los puntos a y b



tificando términos en su ecuación característica:

obtener V(I) conectamos una resistencia de carga R entre a y b; $V_o \equiv V$

.: $A_iI_i + V/R_o + I = 0$; "*sobra*" I_i



$R_iI_i - A_rV_o = 0$; $I_i = V_i/R_i - A_rV/R_i$

$R_i - A_iA_rV/R_i + V/R_o + I = 0$

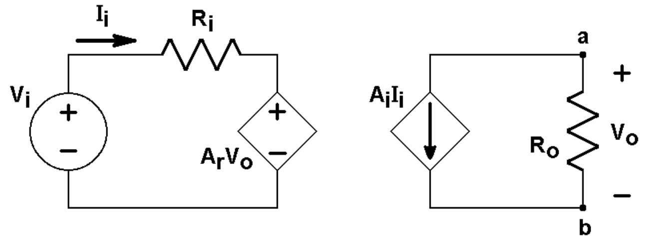
mente,

$$= \frac{A_iV_iR_o}{A_iA_rR_o - R_i} + \frac{R_iR_o}{A_iA_rR_o - R_i} I \Rightarrow V_{Th} = \frac{A_iV_iR_o}{A_iA_rR_o - R_i}, R_{eq} = -\frac{R_iR_o}{A_iA_rR_o - R_i}, I_N = -\frac{A_iV_i}{R_i}$$

niendo condiciones de salida en circuito abierto y cortocircuito:

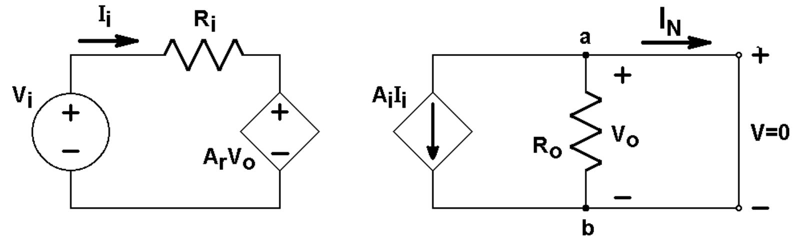
rcuito abierto, $V_{Th} = V_o = -R_o A_i I_i = -R_o A_i V_i / R_i + R_o A_i A_r V_{Th} / R_i$

$$V_{Th} = \frac{A_i V_i R_o}{A_i A_r R_o - R_i}$$



rtocircuito, $V_o \equiv V = 0 \Rightarrow I_{R_o} = 0$

$= -A_i I_i = -A_i V_i / R_i$

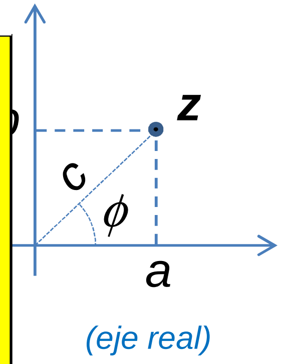


$$_{eq} = \frac{V_{Th}}{I_N} = -\frac{R_o R_i}{A_i A_r R_o - R_i}$$

ción!:

a expresión V(I) no pueden figurar otras corrientes o tensiones que no sean
res nominales de fuentes independientes, ni tampoco la resistencia de carga

os complejos ($j \equiv$ unidad imaginaria, $j = \sqrt{-1}$):



$$a + jb = c\,(\cos\phi + j\cdot \mathrm{sen}\phi)$$

$$c = \sqrt{a^2 + b^2} \equiv |\,a + jb\,|$$

$$\phi = \mathrm{arctg}\,\frac{b}{a}$$

Fórmula de Euler: $e^{j\phi} = \cos\phi + j\cdot \mathrm{sen}\phi$

ndo uso de los operadores “parte real” y “parte imaginaria”: $\begin{cases} \cos\phi = \mathrm{Re}\{e^{j\phi}\} \\ \mathrm{sen}\phi = \mathrm{Im}\{e^{j\phi}\} \end{cases}$

ces: $\boxed{\mathbf{z} \;=\; a + j\cdot b \;=\; c\cdot e^{j\phi}}$

ormas cartesiana y polar –o módulo-argumento–)

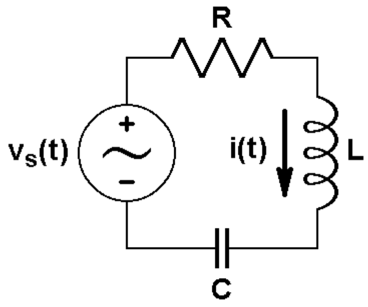
plejo conjugado” de **z**: $\mathbf{z}^* = a - j\cdot b = c\cdot e^{-j\phi} \quad \Rightarrow \quad \mathbf{z}\cdot\mathbf{z}^* = |\,\mathbf{z}\,|^2$

edes lineales consideradas hasta aquí presentan la resistencia como único asivo. Si presentaran bobinas o condensadores, el sistema de ecuaciones a ería integro-diferencial, al no ser válida la ley de Ohm para estos dos

$$v(t) = R \cdot i(t) \qquad \text{(resistencias)}$$

$$v(t) = L\frac{di(t)}{dt} \qquad \text{(bobinas)}$$

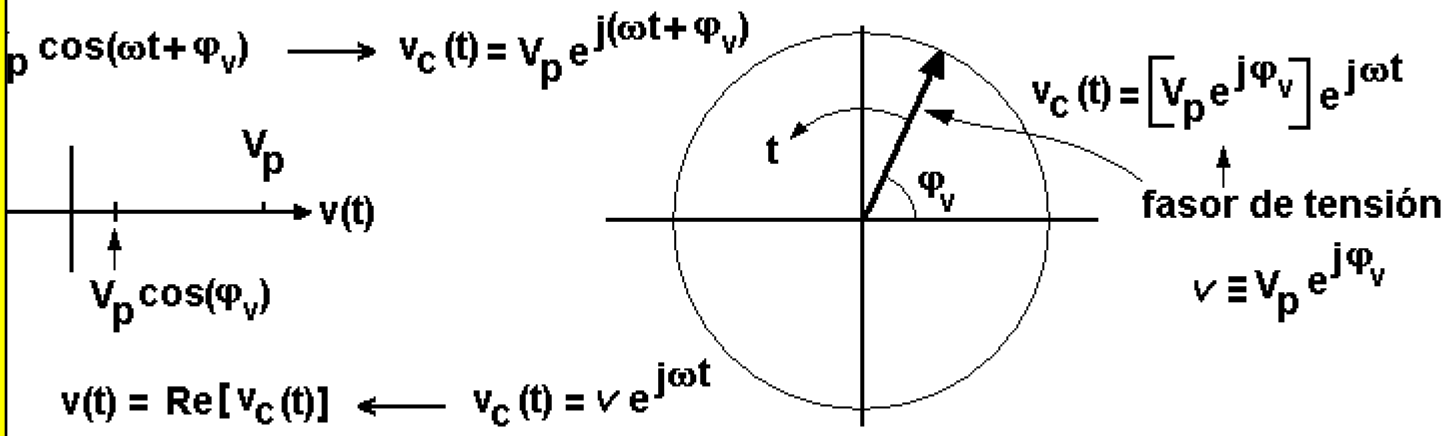
$$) \Rightarrow \quad v(t) = \frac{1}{C}\int i(t)dt \qquad \text{(condensadores)}$$



$$v_s(t) - R \cdot i(t) - L\frac{di(t)}{dt} - \frac{1}{C}\int i(t)dt = 0$$

go, cuando las fuentes independientes son <u>sinusoidales</u>, mediante la **n fasorial la ley de Ohm** puede extenderse también a bobinas y ores.

única fuente independiente es sinusoidal, la resolución de las ecuaciones del
puede trasladar al espacio complejo, de tal modo que las ecuaciones integro-
s se convierten en ecuaciones algebraicas, y se recuperan las relaciones
ntre corrientes y tensiones (complejas), y, sobre todo, podemos utilizar los
plicables a sistemas lineales: superposición, Thèvenin y Norton.

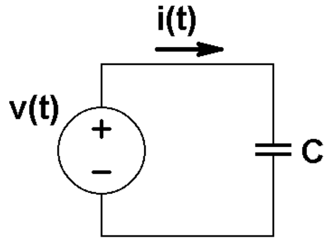


cio complejo, y para
on dependencia
jωt

$$\frac{d}{dt}\left[v\,e^{j\omega t}\right] = j\omega\left[v\,e^{j\omega t}\right]$$

$$\int\left[v\,e^{j\omega t}\right]dt = \frac{1}{j\omega}\left[v\,e^{j\omega t}\right]$$

é forma adoptan las relaciones v-i cuando se extiende al espacio complejo la de algunos circuitos sencillos:



capacitivo de señal alterna

$$s(\omega t+\varphi_v)\quad\rightarrow\quad v_c(t)=\nu\, e^{j\omega t}\text{ , siendo } \nu\equiv V_p e^{j\varphi_v}$$

$$\rightarrow\quad i_c(t)=C\frac{dv_c}{dt}=j\omega C\, v_c(t)=j\omega C\, V_p\, e^{j\varphi_v}\, e^{j\omega t}=\iota\, e^{j\omega t}\text{ , con } \iota\equiv j\omega C\, V_p\, e^{j\varphi_v}$$

ente sinusoidal de frecuencia ω, todas las señales del circuito varían a dependencia temporal

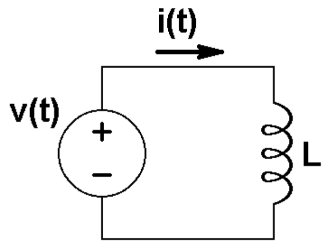
$$\frac{V_p e^{j\varphi_v}}{j\omega C\, V_p\, e^{j\varphi_v}}=\frac{1}{j\omega C}\equiv Z_C\text{ : Impedancia del condensador}$$

versa, mediante la ley de Ohm (compleja) $\boxed{\nu = \iota\cdot Z}$, se podría obtener el fasor

$$\begin{cases}|\iota|=\dfrac{|\nu|}{|Z_C|}=V_p\cdot\omega C\\[2ex] \varphi(\iota)=\varphi_v-\varphi(Z_C)=\varphi_v+\dfrac{\pi}{2}\end{cases}$$

e temporal se puede obtener como $i(t)=\mathrm{Re}\{\iota\, e^{j\omega t}\}$

o inductivo de señal alterna

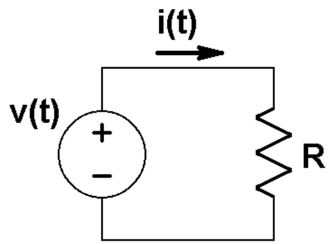


$$s(\omega t+\varphi_V) \;\rightarrow\; v_c(t)=\nu\, e^{j\omega t}\;; \quad i(t) \;\rightarrow\; i_c(t)=\iota\, e^{j\omega t}$$

$$\rightarrow \quad \nu\, e^{j\omega t} = L\, j\omega\iota\, e^{j\omega t} \quad \rightarrow \quad \frac{\nu}{\iota} = j\omega L \equiv Z_L : \text{Impedancia de la bobina}$$

$$\begin{cases} |\iota| = \dfrac{|\nu|}{|Z_L|} = \dfrac{V_p}{\omega L} \\ \varphi(\iota) = \varphi_V - \varphi(Z_L) = \varphi_V - \dfrac{\pi}{2} \end{cases}$$

o resistivo de señal alterna



$$s(\omega t+\varphi_V) \;\rightarrow\; v_c(t)=\nu\, e^{j\omega t}\;; \quad i(t) \;\rightarrow\; i_c(t)=\iota\, e^{j\omega t}$$

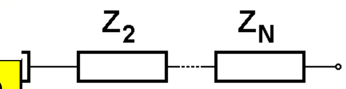
$$\rightarrow \quad \nu = R\cdot\iota \quad \rightarrow \quad \frac{\nu}{\iota} = R : \text{Impedancia de la resistencia}$$

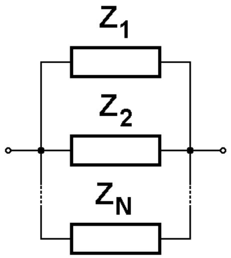
ede demostrar que la ley de Ohm generalizada es también válida para ier asociación de elementos pasivos:

$$\boxed{\nu = \iota\, Z_{eq}}$$

por comodidad, usaremos “v” e “i” de forma habitual para designar los fasores n y corriente)

ención de la impedancia equivalente de una asociación serie
na asociación paralelo, se calcula de manera análoga a la de
pectivas asociaciones de resistencias:





:Hallar el valor nominal de dos elementos pasivos tales que su impedancia equivalente sea $Z_{eq} = (7 - 3j)\Omega$ para la frecuencia de la red eléctrica

$$Z_{eq} = \sum Z_k \qquad\qquad Z_{eq} = \left(\sum Z_k^{-1}\right)^{-1}$$

s dos elementos están en serie,

$Z_1 = 7\Omega = R_1$; $Z_2 = -3j\Omega = 1/j\omega C \Rightarrow C = 1/3\omega$;
$C = 1/300\pi = 1{,}06\text{mF}$

s dos elementos están en paralelo,

$$\frac{1}{7-3j} = \frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2} = \frac{1}{R} + \frac{1}{Z_2}; \quad \frac{7+3j}{58} = \frac{7}{58} + \frac{3}{58}j = \frac{1}{R} + \frac{1}{Z_2}$$

$$\Rightarrow R = \frac{58}{7}\Omega,\ Z_2 = \frac{58}{3j}\Omega = \frac{1}{j\omega C} \Rightarrow C = \frac{3}{58\omega} = 164{,}6\mu\text{F}$$

:Deducir la expresión de la corriente que circula por la siguiente malla, sabiendo que $v_s(t) = V_m \cdot \cos(\omega t+\phi)$

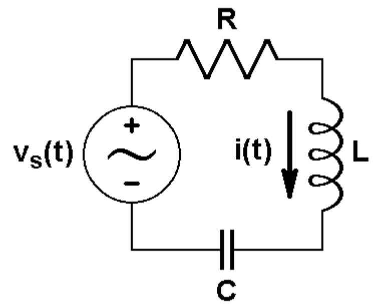
: la fuente independiente es <u>sinusoidal</u>, utilizamos la **formulación fasorial** ar el circuito:

$$\cos(\omega t + \phi) = \mathrm{Re}\{V_m \cdot e^{j(\omega t+\phi)}\} \quad \Rightarrow \quad v_s = V_m \cdot e^{j\phi}$$

i (R, resistencia o impedancia resistiva)

$\cdot$ i $\left(Z_L = j\omega L,\right.$ impedancia inductiva)

$\cdot$ i $\left(Z_C = \dfrac{1}{j\omega C},\right.$ impedancia capacitiva)



$$\cdot i - Z_C \cdot i = 0 \quad \Rightarrow \quad i = \frac{v_s}{R + Z_L + Z_C} = \frac{v_s}{R + j\left(\omega L - \dfrac{1}{\omega C}\right)} = \frac{v_s}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \dfrac{1}{\omega C}\right)^2}} e^{-j \cdot \operatorname{arctg} \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}}$$

$$v_s = V_m \cdot e^{j\phi}$$

$$i = \frac{V_m e^{j\phi}}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \dfrac{1}{\omega C}\right)^2}} e^{-j \cdot \operatorname{arctg} \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}}$$

, la expresión temporal de la corriente:

$$i(t) = \mathrm{Re}\{i \cdot e^{j\omega t}\}$$

$$= \mathrm{Re}\left\{ \frac{V_m}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}} e^{j\phi} e^{-j\cdot \mathrm{arctg}\frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}} e^{j\omega t} \right\}$$

$$= \mathrm{Re}\left\{ \frac{V_m}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}} e^{j\left(\omega t + \phi - \mathrm{arctg}\frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}\right)} \right\}$$

$$i(t) = \frac{V_m}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}} \cos\left(\omega t + \phi - \mathrm{arctg}\frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R} \right)$$

irchhoff en notación fasorial:

en un nodo, Σi_k (t) = 0 (Conservación de la carga)

$\{I_k \exp(j\omega_k t) \exp(j\varphi_k)\} = \mathrm{Re}\Sigma\{I_k \exp(j\omega_k t) \exp(j\varphi_k)\} = 0$;

sigue verificando si imponemos que $\Sigma I_k \exp(j\omega_k t) \exp(j\varphi_k) = 0$;

$= \omega_2 = \ldots = \omega_N = \omega \Rightarrow \Sigma I_k \exp(j\varphi_k) = 0$;

nte, definiendo los fasores corriente como $i_k \equiv I_k \exp(j\varphi_k) \Rightarrow \boxed{\Sigma i_k = 0}$

en una malla, Σv_k (t) = 0 (Potencial eléctrico, conservativo)

nte el mismo proceso se obtiene que si $v_k \equiv V_k \exp(j\varphi_k) \Rightarrow \boxed{\Sigma v_k = 0}$

n: Las leyes de Kirchhoff en notación fasorial sólo son válidas en circuitos con **fuentes sinusoidales de la <u>misma frecuencia</u>**

n de circuitos de corriente alterna (c.a.)

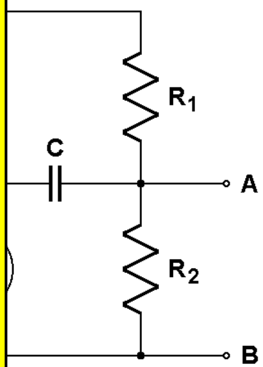
ay elementos no resistivos, se expresan las señales de las fuentes en forma rial

plican los métodos de resolución de circuitos considerando la ley de Ohm eralizada y las impedancias de los elementos pasivos

circuito tiene fuentes de distintas frecuencias, simultáneamente se debe er uso del principio de superposición

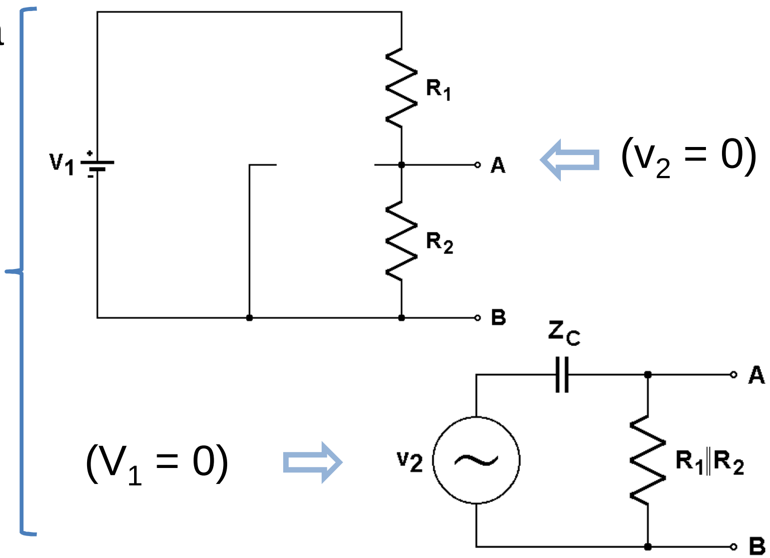
rtir de los resultados en notación fasorial, se obtienen las expresiones porales

Obtener la expresión temporal de la tensión en la resistencia R_2, siendo la fuente de tensión alterna $v_2 = v_2(t) = V_p \cos(\omega t)$

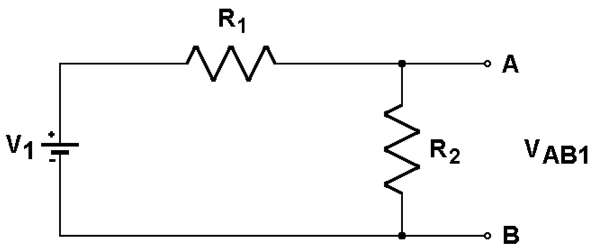


Fuentes con distinta frecuencia
$(\omega_1 = 0,\ \omega_2 = \omega)$

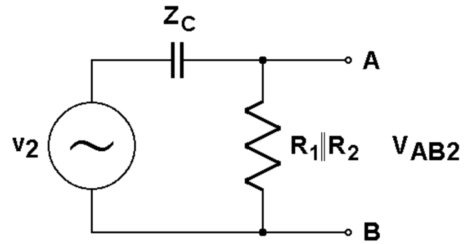
Circuitos parciales



$$= \frac{R_2}{R_1 + R_2} V_1$$



o $v_2(t)$ en forma fasorial, $v_2 = V_p e^{j0} = V_p$



$$\| R_2 = \frac{R_1 \| R_2}{Z_C + R_1 \| R_2} v_2 = \frac{1}{\frac{1}{j\omega R_1 \| R_2 C} + 1} V_p =$$

$$\frac{1}{\frac{1}{\ldots_1 \| R_2 C)^2} e^{j\varphi}} V_p = V_m e^{-j\varphi}, \quad \text{siendo} \quad \varphi \equiv \text{arctg} \frac{-1}{\omega R_1 \| R_2 C}$$

$$\rightarrow v_{AB2}(\omega) = V_m e^{j(\omega t - \varphi)} \quad \rightarrow \quad \text{Re}\{v_{AB2}(\omega)\} = v_{AB2}(t)$$

$$\boxed{\frac{R_2}{\ldots + R_2} V_1 + V_m \cos(\omega t - \varphi)}$$

a impedancia de un elemento pasivo no resistivo depende de la frecuencia de ı fuente que actúa sobre él

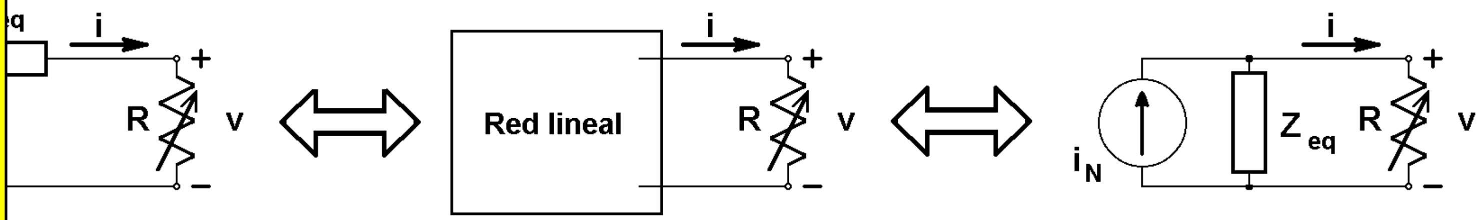
ːn el circuito parcial que resulta al anular V_1, se puede simplificar el paralelo e las resistencias porque no se pide la corriente por ninguna de ellas

ara pasar a la expresión temporal, basta con recuperar la función igonométrica de partida, y añadir en el argumento la fase del fasor solución

de Thévenin y Norton en circuitos de corriente alterna (frecuencia única)

ȯ circuito lineal se comporta de la misma manera que un circuito formado por fuente de tensión en serie con una impedancia

ȯ circuito lineal se comporta de la misma manera que un circuito formado por fuente de corriente en paralelo con una impedancia



efiniciones de uso frecuente en señales dependientes del tiempo

eñal v(t) periódica, con periodo T, se definen:

edio (o “valor de continua”): $\tilde{v} = \frac{1}{T}\int_{t_0}^{t_0+T} v(t)dt$

ñales sinusoidales, $\tilde{v} = 0$

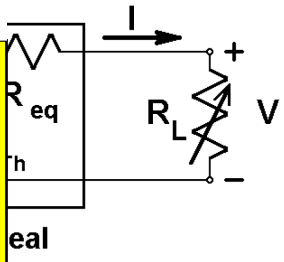
icaz (o valor “rms”): $V_{ef} = v_{rms} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_{t_0}^{t_0+T} v^2(t)dt}$

ñales sinusoidales, $V_{ef} = \frac{V_p}{\sqrt{2}}$, siendo V_p la amplitud o valor de pico de la

ado del valor eficaz: en el caso de que la señal sea una corriente i(t), es el ue tendría que tener una corriente continua I_{ef} para producir la misma ón de calor que i(t) en un periodo.

cia de señal a una carga

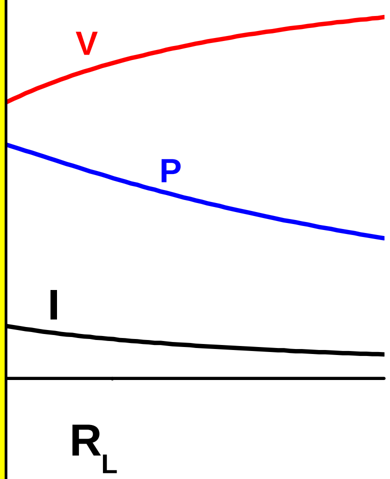
una resistencia de carga R_L entre dos puntos o terminales de una red lineal, la transferencia de corriente, tensión y potencia de la red a la carga:



$$I(R_L) = \frac{V_{Th}}{R_{eq} + R_L}; \quad V(R_L) = \frac{R_L}{R_{eq} + R_L} V_{Th};$$

$$P(R_L) = I^2 R_L = \frac{R_L}{(R_{eq} + R_L)^2} V_{Th}^2$$

tamos estas dependencias frente a R_L, se observa que:

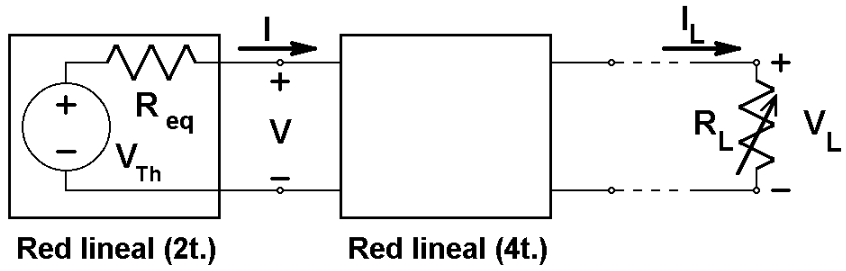


- La transferencia de corriente es máxima si R_L=0
- La transferencia de tensión es máxima si $R_L \rightarrow \infty$
- La transferencia de potencia es máxima si $\boxed{R_L = R_{eq}}$

- En el caso de redes con impedancia de Thévenin no resistiva la transferencia de potencia es máxima si $\boxed{Z_L = Z^*_{eq}}$

cia de señal a un circuito de cuatro terminales

es, el receptor de la señal entregada por una red lineal de dos terminales no ja, sino otro circuito intermedio de cuatro terminales que a su vez se encarga r la señal a la carga o bien a etapas posteriores de un circuito más complejo:



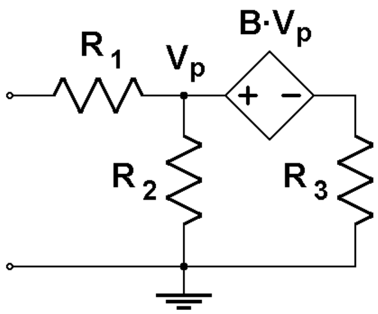
aso, los criterios de transferencia máxima de señal a la red de cuatro son los mismos, si se considera que la carga que ve la red de dos terminales encia de entrada” de la segunda red.

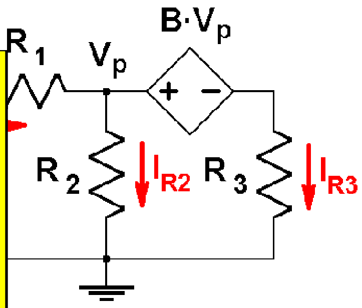
calcula la resistencia de entrada de un circuito?: $R_i = \frac{V_i}{I_i}$

I_i la tensión y la corriente en el puerto de entrada de ese circuito.

tiene elementos no resistivos, entonces se habla de impedancia de entrada.

Hallar la resistencia de entrada del circuito





$$\frac{V_i}{I_i};\quad I_i = I_{R2} + I_{R3} = \frac{V_p}{R_2} + \frac{V_p - BV_p}{R_3} = V_p\left(\frac{1}{R_2} + \frac{1-B}{R_3}\right);$$

$$R_1 + V_p = I_iR_1 + I_i\frac{R_2R_3}{R_2(1-B)+R_3} = I_i\left(R_1 + \frac{R_2R_3}{R_2(1-B)+R_3}\right);$$

$$= R_1 + \frac{R_2R_3}{R_2(1-B)+R_3}$$

ntroducción a los circuitos selectivos en frecuencia

) Filtrado de señales alternas

) Tipos básicos de filtrado

) Función de transferencia

) Representación gráfica

<u>sivo de señales alternas</u>

= V_p sen(2πf t + φ), es una fuente de señal recuencia variable, y la red lineal contiene ento no resistivo, ésta transmitirá las señales o corriente distintamente según cuál sea f

ar cómo transfiere las señales de tensión o corriente de distintas frecuencias de este tipo, se definen las funciones ganancia, que debido al uso de fasores eneral funciones complejas de la frecuencia:

$$\text{a de tensión} \equiv A_v(jf) = \frac{v_o}{v_i}, \quad \text{Ganancia de corriente} \equiv A_i(jf) = \frac{i_o}{i_i}$$

$$\left.{}_v\right| e^{j\theta_v}, \quad A_i = |A_i|\, e^{j\theta_i})$$

neral, las <u>funciones de transferencia</u> $\equiv H(jf) = \frac{y_o}{x_i}$ (y_o, x_i , tensiones o corrientes)

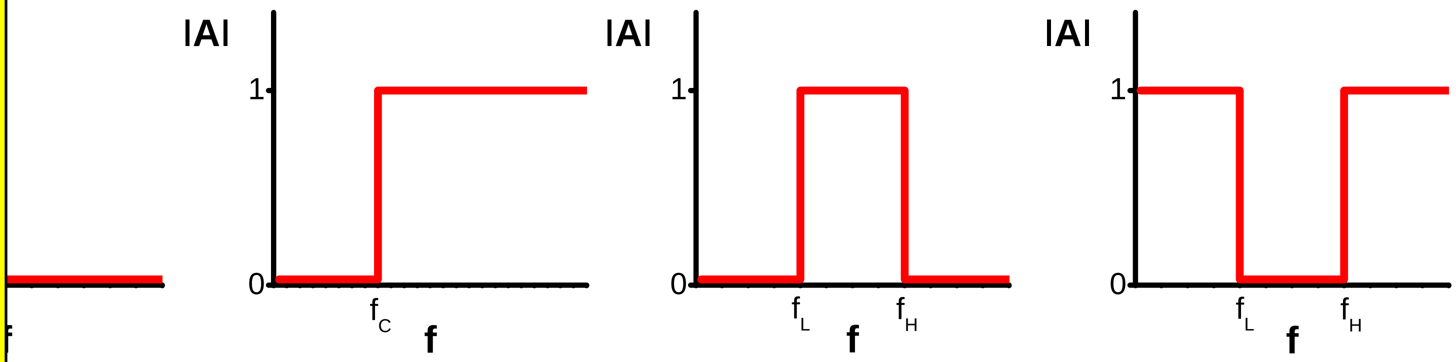
o matemático de las funciones $|A_v(f)|$ y $|A_i(f)|$ permite conocer la relación entre itudes de las señales de salida y de entrada para cada frecuencia así como la que realiza el circuito.

o matemático de las funciones $\theta_v(f)$ y $\theta_i(f)$ permite conocer el desfase entre les de salida y de entrada para cada frecuencia.

ones, la impedancia de carga puede tener valor infinito (i_o = 0)

…ásicos de filtrado

…na red selectiva en frecuencias transfiere a su salida una amplitud …nente pequeña de la señal respecto a la amplitud de entrada para un cierto …recuencias, se dice que la red filtra la señal de entrada o que es un filtro. …do de qué rango se trate, se distinguen los siguientes tipos ($|A|=|A_v(f)|$ o $|A_i(f)|$):



…o bajo | Paso alto | Paso banda (Circ. resonante) | Rechaza banda (de corte/Notch)

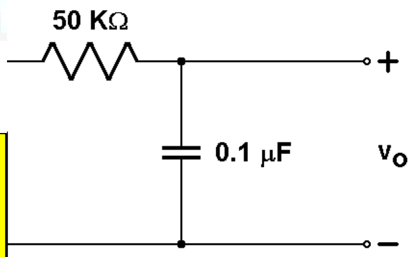
…**cias de corte**: f_C, f_L, f_H

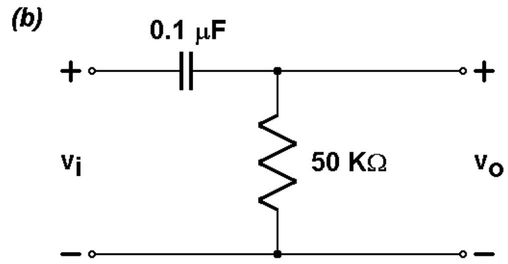
…**le banda** del filtro: $\Delta f = f_{máx} - f_{mín}$ ($\Delta f = f_C$, ∞ y $f_H - f_L$)

…uitos prácticos suelen tener transiciones suaves entre la región de paso y la …zo ⇒ se define la frecuencia de corte f_C como aquélla tal que $|A|_{f=fC} = |A|_{máx}/\sqrt{2}$

… circuitos pasivos la ganancia máxima es igual o menor que 1 (salvo …ones)

Estudiar el comportamiento del módulo y la fase de la ganancia de tensión de los circuitos capacitivos siguientes:





$$\frac{iZ_C}{i(R+Z_C)}=\frac{1}{RZ_C^{-1}+1}=\frac{1}{1+j2\pi RCf};$$

$$\frac{1}{\sqrt{\quad(2\pi RCf)^2}},\quad \theta(f)=-\mathrm{arctg}(2\pi RCf)$$

$$f=0;\quad |A_v|=\frac{1}{\sqrt{2}}\Leftrightarrow f=f_C=\frac{1}{2\pi RC}$$

es siempre decreciente

mites de $|A_v|$:

$$|A_v|\approx 1;\quad f>>\frac{1}{2\pi RC},\ |A_v|\approx\frac{1}{2\pi RCf}$$

$$\lim_{f\to\infty}|A_v|=0$$

b)

$$A_v(jf)=\frac{v_o}{v_i}=\frac{iR}{i(Z_C+R)}=\frac{1}{1+R^{-1}Z_C}=\frac{1}{1+1/(j2\pi RCf)};$$

$$|A_v|(f)=\frac{1}{\sqrt{1+1/(2\pi RCf)^2}},\quad \theta(f)=-\mathrm{arctg}\left(\frac{-1}{2\pi RCf}\right)$$

$$|A_v|_{\text{máx}}=1\Leftrightarrow f\to\infty;\quad |A_v|=\frac{1}{\sqrt{2}}\Leftrightarrow f=f_C=\frac{1}{2\pi RC}$$

Además, $|A_V|$ es siempre creciente

Asíntotas y límites de $|A_V|$:

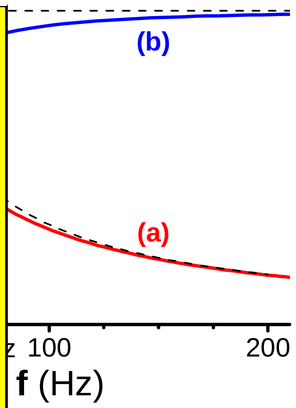
$$f<<\frac{1}{2\pi RC},\ |A_v|\approx 2\pi RCf;\quad f>>\frac{1}{2\pi RC},\ |A_v|\approx 1$$

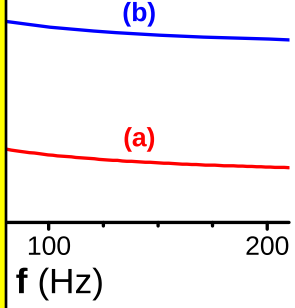
$$\lim_{f\to 0}|A_v|=0;\quad \lim_{f\to\infty}|A_v|=1$$

oducción a los circuitos selectivos en frecuencia. d) Representación gráfica

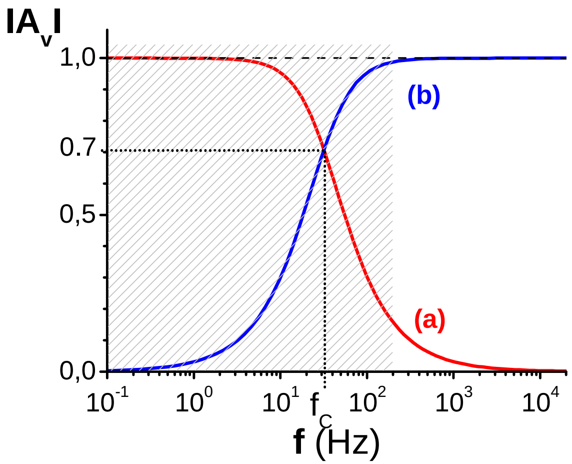
te, dando valores a R y C:

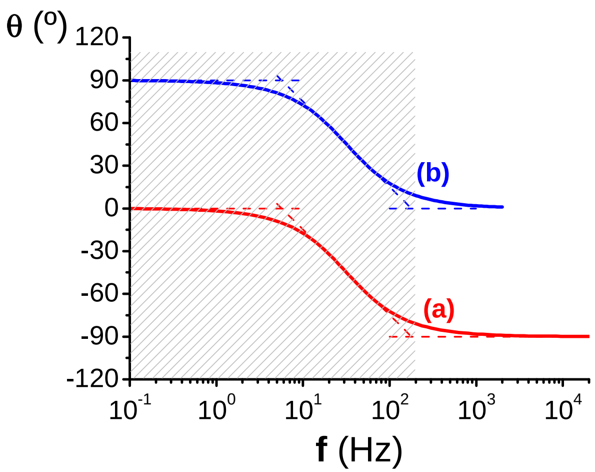
cala lineal



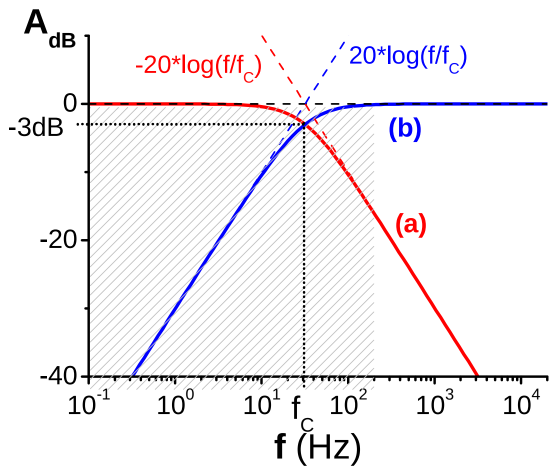


f, escala logarítmica





f, escala logarítmica,
$A_{dB} = 20 \cdot \log |A_v|$



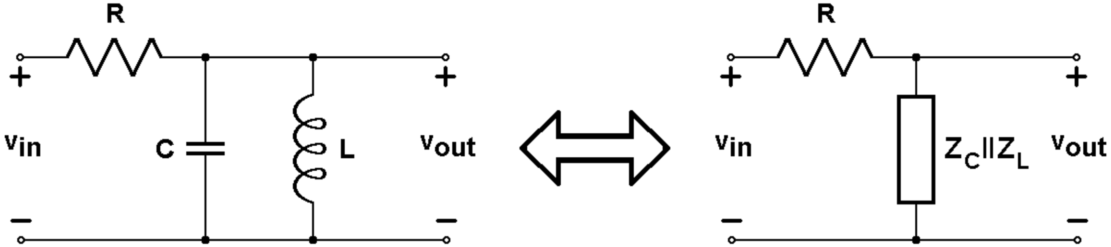
Diagramas de Bode del módulo y la fase:

a) Filtro paso bajo

b) Filtro paso alto

Buenas aproximaciones rectilíneas

Estudiar el comportamiento del módulo y la fase de la ganancia de tensión del circuito siguiente, siendo C = 1μF, L = 1mH y R = 10Ω:



$$\ldots_t = \frac{i(Z_C \| Z_L)}{i(R + Z_C \| Z_L)} = \frac{1}{R(Z_C \| Z_L)^{-1} + 1} = \frac{1}{1 + jR\left(2\pi Cf - \frac{1}{2\pi Lf}\right)};$$

$$\ldots = \frac{1}{\sqrt{\ldots + R^2\left(2\pi Cf - \frac{1}{2\pi Lf}\right)^2}}, \quad \theta(f) = -\mathrm{arctg}\left[R\left(2\pi Cf - \frac{1}{2\pi Lf}\right)\right]$$

$$\ldots\Big|_{\text{máx}} = 1 \Leftrightarrow f = f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}; \quad |A_v| = \frac{1}{\sqrt{2}} \Leftrightarrow \left(2\pi Cf - \frac{1}{2\pi Lf}\right) = \pm\frac{1}{R} \Rightarrow \ldots$$

$$\ldots \frac{1}{\ldots RC} + \frac{1}{2\pi}\sqrt{\left(\frac{1}{2RC}\right)^2 + \frac{1}{LC}}; \quad \Delta f = f_{CH} - f_{CL} = \frac{1}{2\pi RC}$$

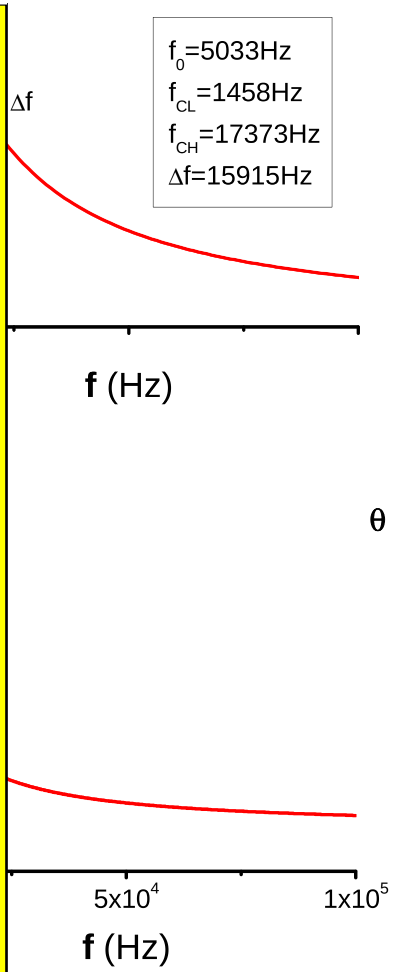
de $|A_v|$: $f \ll f_0, |A_v| \approx \frac{1}{\sqrt{1 + R^2\left(\frac{1}{2\pi Lf}\right)^2}} \approx \frac{2\pi L}{R} f$; $\quad f \gg f_0, |A_v| \approx \frac{1}{\sqrt{1 + R^2(2\pi Cf)^2}} \approx \frac{1}{2\pi RCf}$

e $|A_v|$: $\lim_{f \to 0} |A_v| = 0; \quad \lim_{f \to \infty} |A_v| = 0$

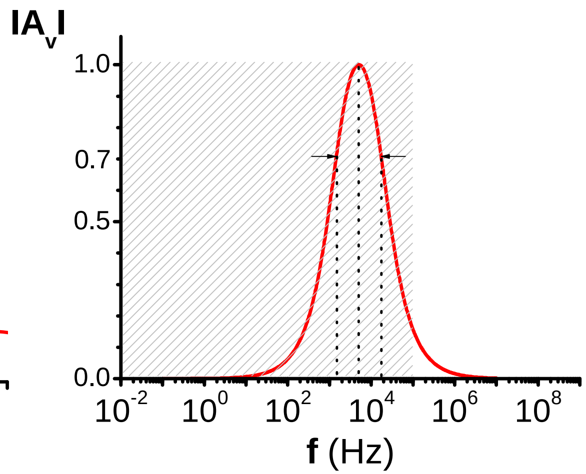
…oducción a los circuitos selectivos en frecuencia. d) Representación gráfica

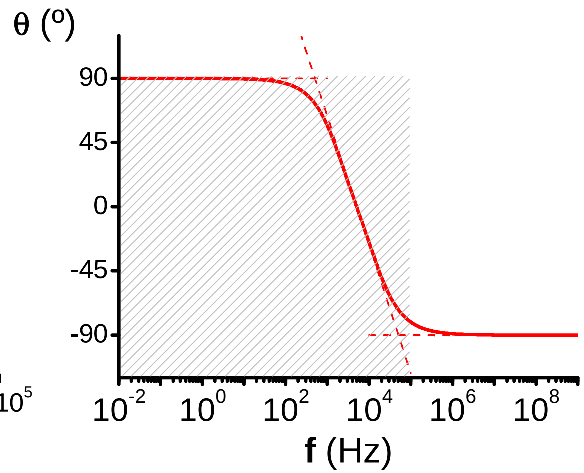
…te, dando valores a R, L y C:

…cala lineal



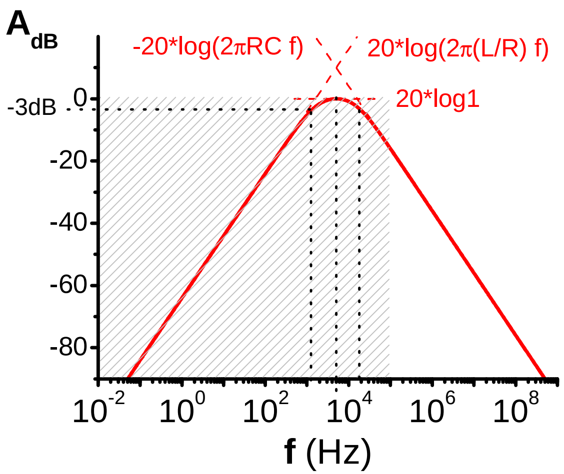
f, escala logarítmica





f, escala logarítmica,

$A_{dB} = 20 \cdot \log|A_v|$



Diagramas de Bode del módulo y la fase: Filtro paso banda

(Buenas aproximaciones rectilíneas)

…nas de Bode aproximados: representación rápida

…uito lineal, las relaciones entre los fasores de cualquier par de variables …A_v , A_i , Z) se pueden expresar en la forma

$$\ldots |F|\cdot e^{j\varphi_F} = \frac{polinomio(j\omega)}{polinomio(j\omega)} \rightarrow \frac{\prod_i (A_i - j\omega B_i)}{\prod_k (C_k - j\omega\, D_k)} \rightarrow \frac{\prod_i (1 - \frac{j\omega}{\omega_i})}{\prod_k (1 - \frac{j\omega}{\omega_k})}$$

…$_k$: constantes complejas que pueden valer cero; ω_i: ceros; ω_k: polos

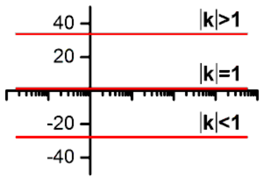
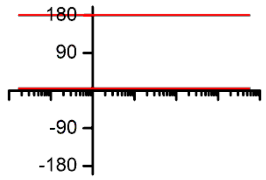
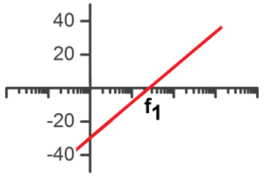
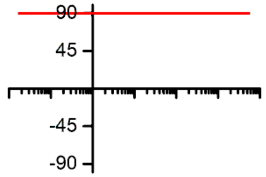
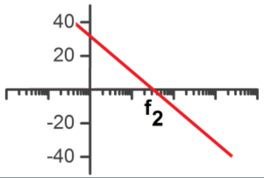
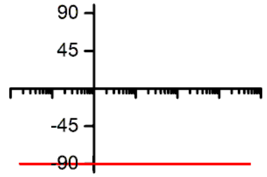
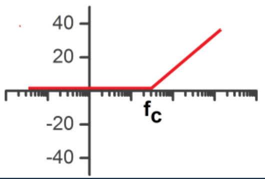
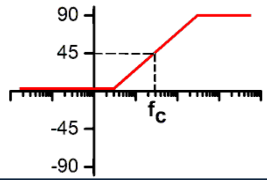
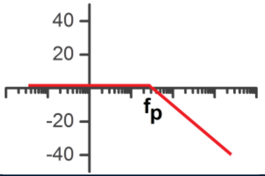
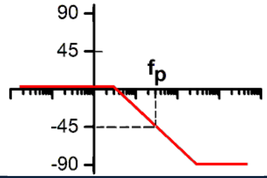
$$\ldots \frac{E\cdot F}{G\cdot H} \; ; \; |T| = \frac{|E|\cdot|F|}{|G|\cdot|H|} \; ; \qquad \varphi(T) = \varphi(E) + \varphi(F) - \varphi(G) - \varphi(H)$$

$$\ldots \frac{\ldots_i[1+\frac{\omega^2}{\omega_i^2}]^{1/2}}{\ldots_k[1+\frac{\omega^2}{\omega_k^2}]^{1/2}} \; ; \; \varphi(F) = \sum_i \left(arctg\left[-\frac{\omega}{\omega_i}\right]\right) - \sum_k \left(arctg\left[-\frac{\omega}{\omega_k}\right]\right)$$

$$\ldots |F|_{dB} = \sum_i 20\cdot log_{10}[1+\frac{f^2}{{f_i}^2}]^{1/2} - \sum_k 20\cdot log_{10}[1+\frac{f^2}{{f_k}^2}]^{1/2}$$

mas de Bode aproximados: representación rápida

ran cinco tipos posibles de “contribuciones” en la función de transferencia:

	A_{dB}	Diagrama lineal	φ	Diagrama lineal
	$20\cdot\log\lvert k \rvert$		$0,\ \pi$	
	$20\cdot\log(f/f_1)$		$\pi/2$	
	$-20\cdot\log(f/f_2)$		$-\pi/2$	
	$20\cdot\log\sqrt{1+(f/f_c)^2}$	 ~	$\mathrm{arctg}(f/f_c)$	 ~
	$-20\cdot\log\sqrt{1+(f/f_p)^2}$	 ~	$-\mathrm{arctg}(f/f_p)$	 ~

as propiedades de las operaciones con logaritmos y con complejos, los se construyen mediante la suma de las contribuciones individuales presentes.

diagramas de Bode aproximados de A_v del filtro paso alto (f_a=100Hz):

$$A_v(jf) = \frac{jf/f_a}{1+jf/f_a};\ |A_v| = 20\log\left(\frac{f}{f_a}\right) - 20\log\sqrt{1+\left(\frac{f}{f_a}\right)^2};\ \varphi = \frac{\pi}{2} - \operatorname{arctg}\left(\frac{f}{f_a}\right)$$